

Übungen zur Vorlesung
Automaten und Formale Sprachen
Aufgabenblatt 1

Abgabe der Ausarbeitungen: Mo, 14.05.2007, spätestens 14.00 Uhr

Wo? Fächer beschriftet mit "Automaten und Formale Sprachen"
in der Mitte der vierten Etage vor H426
Die Übungsaufgaben werden dann gleich anschließend
vorgerechnet.

Aufgabe 1. (Problème des ménages) (6 Punkte)

Auf eine Cocktailparty werden 3 Paare m_i, w_i , $1 \leq i \leq 3$, m_i männlich und w_i weiblich, eingeladen. Die Paare sollen an einem runden Tisch mit 6 Plätzen p_1, \dots, p_6 Platz nehmen. Aus Gewohnheit setzt sich w_1 auf p_1 . Danach folgen w_2 und w_3 . Die Männer sollen nun nacheinander am Tisch Platz nehmen und zwar so, dass kein Paar w_i, m_i nebeneinander sitzt und Männer und Frauen **alternierend** angeordnet sind. Modellieren sie diese Situation mit einem DEA. Startzustand ist also, $p_1 = w_1, p_2 = \emptyset, \dots, p_6 = \emptyset$. und für jede Person, die Platz nimmt ändert sich dieser Zustand.

(Hinweis: Die Lösung der 'Vorgängerversion' dieser Aufgabe sollte die aktuelle Lösung enthalten. Also gegebenenfalls nicht nochmal machen.)

Aufgabe 2. (DEAs und NEAs) (4+6 Punkte)

Wir definieren:

$$L_1 = \{u \in \{a, b\}^* \mid u \text{ endet mit } b\}$$

$$L_2 = \{v \in \{a, b\}^* \mid \text{Anzahl der } a\text{'s ist ungerade}\}$$

1. Geben Sie für L_1 und L_2 jeweils einen DEA an. Benutzen Sie diese um einen NEA zu konstruieren der $L_1L_2 = \{w_1w_2 \in \{a, b\}^* \mid w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$ erkennt.
2. Konstruieren Sie einen DEA, der L_1L_2 erkennt.

Aufgabe 3. (Komplementkonstruktion) (5+9 Punkte)

1. Beweisen Sie die Richtigkeit der in der Vorlesung angegebenen Konstruktion zum Komplementabschluss der DEA-Sprachen im Einzelnen.

2. Wir hatten folgende wesentlichen formalen Unterschiede zwischen DEAs und NEAs betrachtet: (a) Einträge dürfen leer sein. (b) Es gibt mehr als einen Eintrag an einer Stelle der Überführungstafel (Mehrfacheinträge). (c) Es gibt eine Anfangszustandsmenge, nicht nur einen einzelnen Anfangszustand.

Für $x \in \{(a),(b),(c)\}$ sagen wir, dass ein Automat die x -Eigenschaft besitzt, falls der die in Bedingung x angedeutete mögliche Eigenschaft tatsächlich besitzt, jedoch keine der anderen beiden Eigenschaften. So besitzt ein Automat die (a)-Eigenschaft, wenn seine Überführungstafel leere Einträge besitzt, aber keine Mehrfacheinträge und auch nur einen Anfangszustand. Zeigen Sie durch Angabe geeigneter Gegenbeispiele, dass es je einen NEA A_x für $x \in \{(a),(b),(c)\}$ gibt, der die x -Eigenschaft besitzt, für den die Komplementkonstruktion aber nicht das gewünschte Ergebnis liefert, d.h., der Automat A'_x , der aus A_x durch Komplementierung der Endzustandsmenge entsteht, akzeptiert nicht das Komplement der von A_x akzeptierten Sprache.

Aufgabe 4. (Kleene-Stern)

(3+5+4+3 Punkte)

1. Geben Sie einen NEA A mit fünf Zuständen an, der die Menge L aller Wörter über $\{a, b\}$ akzeptiert, die auf $abab$ enden.
2. Beweisen Sie formal entweder $L \subseteq L(A)$ oder $L(A) \subseteq L$ (also eine Inklusion Ihrer Wahl).
3. Konstruieren Sie (wie in der Vorlesung) aus A einen NEA A' mit λ -Übergängen, der $L(A') = (L(A))^*$ erfüllt.
4. Geben Sie einen NEA A'' ohne λ -Übergänge an, der $L(A'') = (L(A))^*$ genügt, aber möglicherweise sogar weniger Zustände als A' hat.