Fernau/Raible
Sommersemester 2007
Universität Trier

Übungen zur Vorlesung

# Automaten und Formale Sprachen

Aufgabenblatt 3

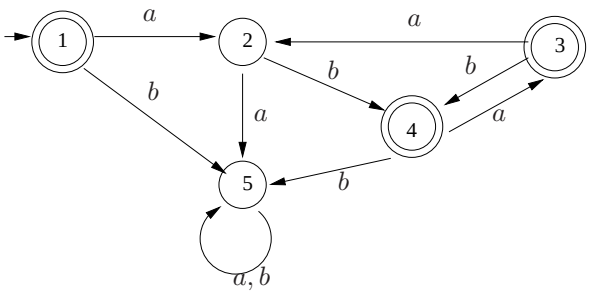
Abgabe der Ausarbeitungen: MO, 04.06.2007, spätestens 14.00 Uhr

Wo? Fächer beschriftet mit "Automaten und Formale Sprachen"
in der Mitte der vierten Etage vor H426

**Aufgabe 1. (Reguläre Ausdrücke)**

1. (2+2+2 Punkte)
   Geben Sie möglichst einfache reguläre Ausdrücke für die folgenden Teilmengen von $\{a, b\}^*$ an:
   (a) $\{x \mid x$ beinhaltet eine gerade Anzahl von $a$'s$\}$
   (b) $\{x \mid x$ beinhaltet eine ungerade Anzahl von $b$'s$\}$
   (c) $\{x \mid x$ beinhaltet an seinen geradzahligen Positionen ausschließlich $a$'s$\}$
2. (2+2 Punkte)
   Geben Sie die folgenden regulären Ausdrücke in Mengennotation und als deterministische endliche Automaten an (bloße Anagabe der graphischen Darstellung genügt):
   (a) $((000)^* \mid (111)^*)$ und für
   (b) $(01 \mid 10)(01 \mid 10)(01 \mid 10)$.
3. (2+2 Punkte)
   Welche der folgenden Sprachen sind regulär? Benutzen Sie die Abschlusseigenschaften von regulären Sprachen, um ihre Antwort zu begründen.
   (a) Die Menge aller Binärzahlen, die nicht durch drei teilbar sind.
   (b) Die Menge aller Dezimalzahlen, die mindestens 10 Ziffern haben und durch vier teilbar sind.

**Aufgabe 2. (Reguläre Ausdrücke & DEAs)**(4+3+3 Punkte)
Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und folgender DEA $M$ gegeben:




1. Konstruieren Sie einen regulären Ausdruck (RA), welcher $L(M)$ beschreibt. Benutzen Sie hierfür das in der Vorlesung definierte Objekt $R[i, j, k]$.

2. Vereinfachen Sie den RA soweit wie möglich (Der RA enthält dann 5 Zeichen und enthält die beiden kürzesten Wörter aus $L(M) \setminus \{\lambda\}$).
   Tipp: $ab(a(b|ab))^*a = (ab|aba)^*aba$ ist hilfreich und ist mittels Induktion beweisbar.

3. Konstruieren sie einen DEA $N$ mit 3 Zuständen, so dass $L(N) = L(M)$ gilt.

**Aufgabe 3 (Pumping Lemma)**

1. (2+2+2 Punkte)
   Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils die kleinste natürliche Zahl n an, so dass das Pumping Lemma mit dieser Zahl für alle Wörter $w$ mit $l(w) \geq n$ gilt. Begründen Sie Ihre Antwort!

   (a) $L = \left\{ x \;\middle|\; \begin{array}{l} x \text{ ist im Nachkommateil der Dezimalzahldarstellung von} \\ 1/7 \text{ enthalten oder } \lambda \end{array} \right\}$

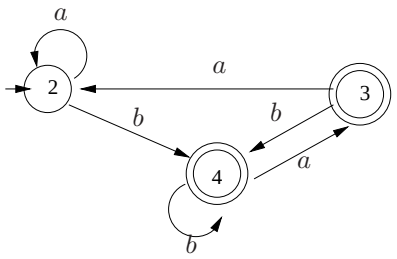
   (b) $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid \#a = 2m, \#b = 2n, m, n \in \mathbb{N}_0\}$

   (c) $L = \{x \in \{0, 1\}^* \mid \; x \text{ ist durch drei teilbar}\}$

   (Anleitung: Zeichnen Sie als erstes den entsprechenden Automaten, welcher die Sprache erkennt. Ermitteln Sie auf Basis des Automaten ein $n$, so dass das Pumping Lemma für alle Wörter der Sprache gilt. Geben Sie dann ein Beispiel (ein Wort), dass es für $\tilde{n} := n - 1$ nicht für alle Worte der Sprache gelten kann.)

2. (3+4+5 Punkte)
   Zeigen Sie für die folgenden drei Sprachen mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass sie **nicht** regulär sind:

(a) L= $\{a^n b^k \mid 0 \leq n \wedge k \geq 2n\}$

(b) L=Menge aller beliebig langen, arithmetischen Ausdrücke mit + und $\cdot$ und zwei Variablen $x, y$, wobei **jeder** Term der Form '$A_1$ op $A_2$', op $\in \{+, \cdot\}$, geklammert sein muss. Es dürfen keine zusätzlichen Klammern vorkommen.
**Beispielwort**: $(((x + y) \cdot y) + (x \cdot x))$
Jede Variable kann beliebig oft, also auch gar nicht, vorkommen.

**Aufgabe 4 (Transformationsmonoid)**(7 Punkte)
Stellen Sie das Transformationsmonoid des folgenden Automaten auf.