

# Analyse längsschnittlicher Veränderungen in Strukturgleichungsmodellen

Klaus Rothermund

## Zusammenfassung

Verschiedene Strukturgleichungsmodelle zur Beschreibung und Vorhersage von Unterschieden in längsschnittlichen Veränderungen werden dargestellt. Für die Beschreibung längsschnittlicher Veränderung in einem Merkmal werden ein Kovariationsmodell, ein trait/state-Modell, ein autoregressives Modell sowie ein Modell von Startwert und absoluter Merkmalsveränderung dargestellt. Im Kovariations- und im trait/state-Modell kann Merkmalsvarianz nur durch aktuell wirksame Faktoren entstehen; mit dem Wegfall der Wirkfaktoren verschwindet auch die Varianz im gemessenen Merkmal (*Elastizität* der Merkmalsausprägung). Im autoregressiven Modell wird dagegen die Möglichkeit der Selbstperpetuierung von Merkmalsvarianz eingeräumt (*Merkmalssträgheit*); im Modell von Startwert und absoluter Veränderung wird die Merkmalsstarrheit sogar fest ins Modell eingebaut, neu hinzukommende Wirkfaktoren führen zu zusätzlicher Merkmalsvarianz (*Modell kumulierender Einflüsse*). Bei den Vorhersagemodellen werden zunächst verschiedene Varianten der direkten Vorhersage (ohne intervenierende latente Faktoren) dargestellt, die sich danach unterscheiden, ob das Modell die Schätzung zeitversetzter Effekte und autoregressiver Trägheitseffekte erlaubt. Anschließend werden verschiedene Versionen von Vorhersagemodellen spezifiziert, die für mindestens eine der beiden Variablen (Prädiktor und/oder Kriterium) eine Varianzzerlegung nach dem trait/state-Modell enthalten.

**Schlüsselwörter:** Strukturgleichungsmodelle, längsschnittliche Veränderungen

## Analysis of longitudinal changes with structural equation models

### Abstract

Presents different structural equation models for the description and prediction of differences in longitudinal changes. A covariation model, a trait/state model, an autoregressive model, and a model of starting value plus absolute change are presented as descriptive models. In the covariation and trait/state models, change depends on current influencing factors; the vanishing of the influencing factors is accompanied with a vanishing of variance in the manifest variable (*elasticity* of attribute values). The autoregressive model allows for a self-perpetuation of variance (*inertia* of attribute values). The model of starting value plus absolute change assumes perfect inelasticity: newly emerging influencing factors produce additional variance in the attribute (*cumulating influences*). Two types of prediction models are presented. In a first type of models, manifest attributes are predicted directly without intervening latent factors. These models are distinguished depending on whether

they allow for an estimation of time-lagged effects and effects of autoregressive inertia or not. A second type of prediction models contains a trait/state partitioning of variance for at least one of the variables (predictor and/or criterion).

**Keywords:** structural equation models, longitudinal change

## I Einleitung

In diesem Skript werden verschiedene Strukturgleichungsmodelle zur Beschreibung, Erklärung und Vorhersage von Unterschieden in längsschnittlichen Veränderungen entwickelt. Aus Gründen der Einfachheit und Übersichtlichkeit beschränke ich mich auf den Fall zweier Meßzeitpunkte; bei den Vorhersagemodellen beschränke ich mich auf die Darstellung eines Prädiktors. Die dargestellten Modelle lassen sich aber – mit leichten Modifikationen – auf den Fall von drei oder mehr Meßzeitpunkten bzw. multipler Prädiktoren übertragen.

## II Beschreibung längsschnittlicher Veränderung

Wird ein Merkmal  $M$  zu zwei Meßzeitpunkten erhoben, dann ergeben sich zwei Mittelwerte,  $M(M1)$ ,  $M(M2)$ , zwei Varianzen,  $VAR(M1)$ ,  $VAR(M2)$ , und eine Kovarianz,  $COV(M1, M2)$ . Da es in diesem Beitrag nicht um allgemeine Niveauveränderungen geht, sondern um interindividuelle Unterschiede in der Ausprägung und Veränderung von Merkmalen (also um Varianz), sollen die Mittelwerte nicht weiter beachtet werden. Es wird deshalb vorausgesetzt, daß alle Variablen immer den Mittelwert 0 haben.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, auf der Basis der beobachteten Varianz-Kovarianz-Matrix eines Merkmals neue Variablen (also Varianzquellen) zu identifizieren, die für eine beschreibende Darstellung der Daten benutzt werden. Mit den neuen Variablen (latenten Konstrukten) und deren Zusammenhangsstruktur werden die Daten in einer Form aufbereitet, d.h. angeordnet, die eine neue, pointierte Sichtweise und theorienahe Beschreibung ermöglicht.

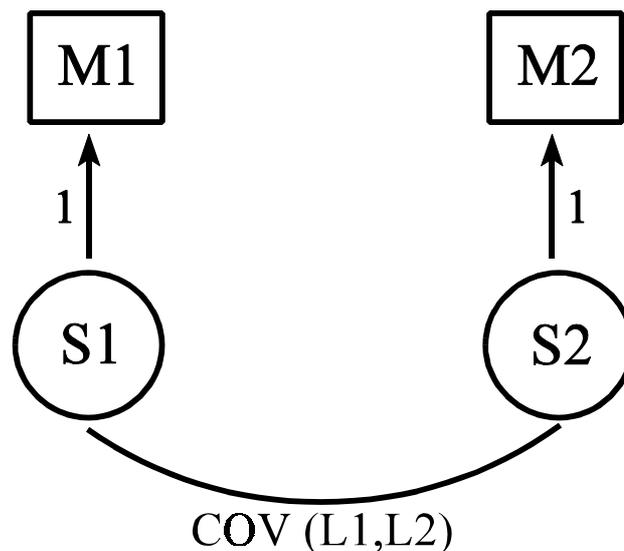
In umgekehrter Richtung läßt sich mit den geschätzten Parametern des Modells (Varianzen und Kovarianzen der neuen, latenten Variablen) die Varianz-Kovarianz-Matrix der beobachteten Variablen wieder reproduzieren. Bei den hier besprochenen beschreibenden Modellen ist dies immer genau und eindeutig möglich, d.h. die Modelle können nicht an der Empirie scheitern, sie lassen sich auf beliebige Datensätze anwenden. Dies ist durchaus nicht immer der Fall. Im Teil II werden Modelle beschrieben, die falsifizierbare Hypothesen über die Datenstruktur enthalten, und daher auch einem empirischen Test unterzogen werden können.

Zur Notation: In den Modellgraphiken sind die gemessenen Variablen durch eckige

Kästchen dargestellt. Die zur beschreibenden Rekonstruktion der Daten benutzten neuen, nicht direkt beobachteten Variablen („latente“ Variablen) sind durch Kreise dargestellt.

### II.a Kovariationsmodell

Das Kovariationsmodell (Abbildung 1) enthält zwei meßzeitpunktspezifische Variablen, die mit den gemessenen Variablen identisch sind, sowie die Kovariation der beiden Variablen. In diesem Modell entspricht die Varianz der latenten Variablen der Varianz der gemessenen Variablen,  $\text{VAR}(L1) = \text{VAR}(M1)$ ,  $\text{VAR}(L2) = \text{VAR}(M2)$ , die Kovarianz der beiden latenten Variablen entspricht der Kovarianz der beiden gemessenen Variablen,  $\text{COV}(L1,L2) = \text{COV}(M1,M2)$ . Mit diesen Identitätsgleichungen kann im Umkehrschritt auf der Basis der geschätzten Varianzen und Kovarianzen der latenten Variablen die Varianz-Kovarianz-Matrix der beobachteten Variablen reproduziert werden.



**Abbildung 1:** Kovariationsmodell

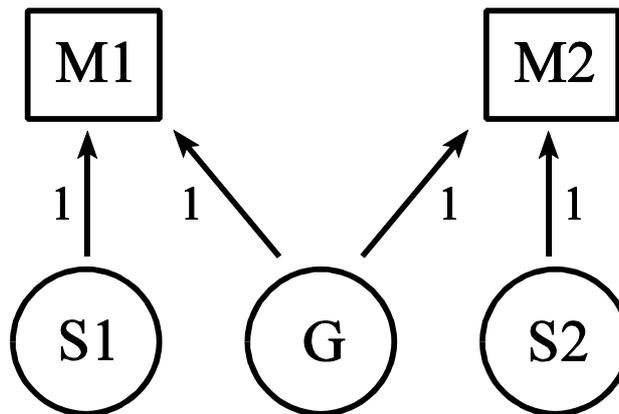
In diesem Modell werden die Variablen zu jedem Meßzeitpunkt als Ausdruck meßzeitpunktspezifischer Varianzquellen aufgefaßt. Die Kovariation ergibt sich dadurch, daß ein Teil dieser meßzeitpunktspezifischen Varianzquellen zu beiden Meßzeitpunkten gleich ist. Diese Darstellung entspricht einem permanenten Produktionsmodell – zu jedem Meßzeitpunkt wird die Merkmalsausprägung durch jeweils aktuell wirkende Varianzquellen neu hervorgebracht. Insoweit eine Varianzquelle zu beiden Zeitpunkten in unveränderter Form wirksam ist, entsteht

Kovariation (und damit Rangplatz-Stabilität); kommen zu einem späteren Meßzeitpunkt neue Wirk- oder Einflußfaktoren hinzu oder fallen alte Einflußfaktoren weg, entstehen meßzeitpunkt-spezifische Varianzanteile (und damit Veränderung).

In diesem Modell ist die Merkmalsausprägung außerdem „elastisch“, d.h., Unterschiede in der Merkmalsausprägung entstehen und verschwinden zeitgleich mit den zugrundeliegenden Wirkfaktoren. Mit dem Wegfall von Einflußfaktoren werden die vorher bestehenden Unterschiede in der Merkmalsausprägung wieder nivelliert. Ein mögliches Beispiel für ein solches elastisches Merkmal aus dem Bereich psychologischer Variablen ist vielleicht die Befindlichkeit. Situative Einflüsse (eine mögliche Varianzquelle für Befindlichkeitsunterschiede; also schönes oder schlechtes Wetter, Bus verpaßt, gutes oder schlechtes Klausurergebnis, Streit mit den Mitbewohnern, schlechtes oder gutes Essen in der Mensa, Halsschmerzen, etc.) produzieren während ihres Auftretens Auslenkungen der Befindlichkeit. Nach den jeweiligen Ereignissen reguliert sich die Befindlichkeit aber mehr oder weniger schnell von alleine wieder auf ein normales Niveau zurück („Elastizität“).

## **II.b Modell eines gemeinsamen und meßzeitpunktspezifischer Faktoren („traits“ und „states“)**

Einen dem Kovarianzmodell verwandten Ansatz stellt die Zerlegung in einen gemeinsamen Faktor (G, „common“ factor) und je einen meßzeitpunktspezifischen Faktor (S1, S2; „specific“ factors) dar (Abbildung 2). Die Varianz des gemeinsamen Faktors entspricht der Kovarianz der gemessenen Variablen,  $VAR(G) = COV(M1, M2)$ , die Varianz der spezifischen Faktoren entspricht jeweils der Residualvarianz,  $VAR(S1) = VAR(M1) - VAR(G) = VAR(M1) - COV(M1, M2)$ ,  $VAR(S2) = VAR(M2) - COV(M1, M2)$ . In diesem Modell gibt es keine Kovariation zwischen den latenten Variablen,  $COV(G, S1, S2) = 0$ . [Begründung: Die spezifischen Faktoren stellen Regressionsresiduen bzgl. des gemeinsamen Faktors dar und können deshalb nicht mit diesem korreliert sein; sonst wäre es ja möglich gewesen, den korrelierten Anteil im Residuum auch noch durch G vorherzusagen. Die spezifischen Faktoren müssen untereinander unkorreliert sein, denn enthielten sie gemeinsame Varianz, dann müßte diese zur Varianz des gemeinsamen Faktors gehören.] Auch hier läßt sich die Varianz-Kovarianz-Matrix der beobachteten Variablen durch einfaches Umstellen der Identifikationsgleichungen mit den geschätzten Varianzen und Kovarianzen der latenten Variablen zurückrechnen: z.B.  $VAR(M1) = VAR(S1) + VAR(G)$ .



**Abbildung 2:** Modell der common/specific factors

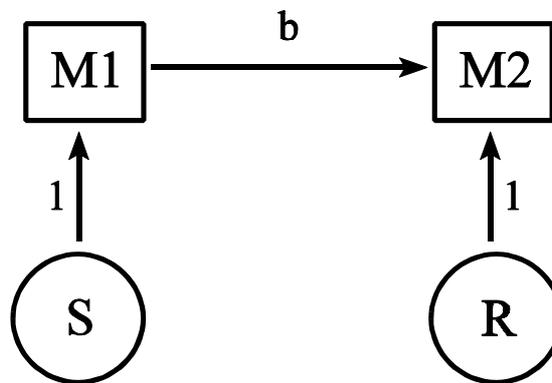
Bei diesem Modell wird der gemeinsame Faktor als stabiler, zeitlich überdauernder Trait interpretiert, der über alle Meßzeitpunkte hinweg gleiche Varianzanteile in der Merkmalsausprägung hervorbringt. [Natürlich würde auch dann Traitvarianz entstehen, wenn situative Einflußfaktoren zeitlich stabil sind und zu beiden Meßzeitpunkten ähnliche Merkmalsausprägungen produzieren. Der Ausdruck „Trait“ ist hier also rein technischer Natur und darf nicht mit inhaltlichen Deutungen aus der Persönlichkeitspsychologie – also stabilen personalen Dispositionen – gleichgesetzt werden.] Die spezifischen Faktoren enthalten dagegen die situationsspezifischen Varianzanteile, die sogenannten „States“ (situationsspezifische Zustandseffekte). Stabilität wird durch Traitvarianzanteile erklärt, Veränderung durch (unkorrelierte) situationsbedingte Zustandseffekte.

Obwohl es vielleicht auf den ersten Blick nicht so scheint, geht auch das trait/state-Modell davon aus, daß Merkmalsausprägungen elastisch sind - nur weil der stabile trait permanent (also zu beiden Meßzeitpunkten in gleicher Weise) wirksam ist, entsteht stabile Merkmalsvarianz. Im Falle der Befindlichkeitsmessung finden sich möglicherweise stabile (also meßzeitpunktübergreifende) Varianzanteile, die darauf zurückgehen, daß manche Personen häufig gutgelaunt sind, während andere einen Hang zur Depressivität haben. Diese Befindlichkeitstraiten produzieren situations- und daher meßzeitpunktunabhängige Unterschiede in der Befindlichkeit. [Es geht nicht darum, das trait/state-Modell der Befindlichkeit als psychologisch plausibel auszuweisen; die skizzierte Darstellung dient nur der Illustration.]

### **II.c Autoregressives Modell**

Eine weitere gebräuchliche Darstellungsform stellt das autoregressive Modell dar (Abbildung 3).

Hierbei werden zwei latente Variablen eingeführt. Die erste latente Variable wird mit der zum ersten Meßzeitpunkt erhobenen Merkmalsausprägung gleichgesetzt (Varianz in den Eingangs- oder Startwerten, S;  $S = M1$ ). Die zweite Messung wird zum einen – in variablem Maße – von der Erstmessung beeinflusst ( $b \cdot M1$ ). Der Faktor b entspricht dem (unstandardisierten) Regressionsgewicht bei einer Vorhersage der Zweitmessung durch die Erstmessung (da es sich hier bei Prädiktor und Kriterium um *dieselbe* Variable handelt, nennt man diese Form der Vorhersage *Autoregression*).



**Abbildung 3:** Autoregressives Modell

Das Regressionsgewicht kann wie folgt berechnet werden:  $b = \text{COV}(M1, M2) / \text{VAR}(M1)$ . Zum anderen kann die Zweitmessung auch Varianzanteile enthalten, die nicht mit der Erstmessung korreliert sind. Diese Residualvarianz in der Zweitmessung wird durch die zweite latente Variable des Modells dargestellt (meßzeitpunktspezifische Residualvarianz, R). Die Merkmalsausprägung zum zweiten Meßzeitpunkt läßt sich also additiv darstellen als  $M2 = bM1 + R = bS + R$ . In diesem Modell können S und R nicht kovariieren,  $\text{COV}(S, R) = 0$ , weil R ein Regressionsresiduum von M2 bzgl. S darstellt (Prädiktor und Residuum sind immer unkorreliert, s.o.). Die Varianz der Residualvariable ergibt sich daher als  $\text{VAR}(R) = \text{VAR}(M2) - b^2 \text{VAR}(M1)$ . [Begründung:  $\text{VAR}(M2) = \text{VAR}(bM1 + R) = b^2 \text{VAR}(M1) + \text{VAR}(R) + 2\text{COV}(bM1, R) = b^2 \text{VAR}(M1) + \text{VAR}(R)$ ; durch Umstellung ergibt sich  $\text{VAR}(R) = \text{VAR}(M2) - b^2 \text{VAR}(M1)$ .]

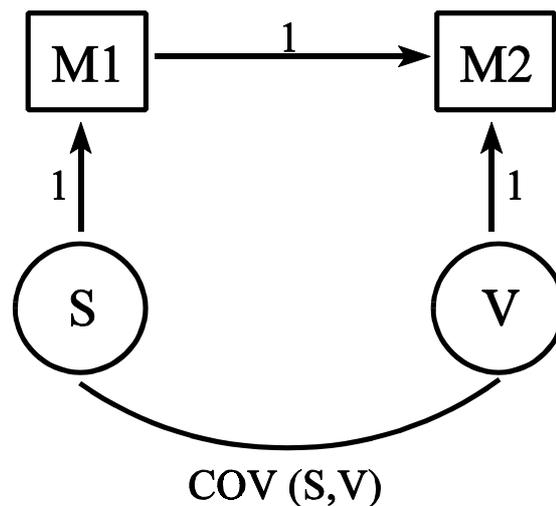
Im Gegensatz zum reinen Kovariationsmodell (und auch zum trait/state-Modell) enthält das autoregressive Modell die Möglichkeit der Permanenz, also des Fortbestehens von Unterschieden in der Merkmalsausprägung. Es ist in diesem Fall die frühere Merkmalsausprägung selbst, die die Merkmalsausprägung zum späteren Zeitpunkt determiniert. Solche Merkmale sind

also in gewissem Sinne starr, anstelle von Elastizität könnte man von einer Trägheit der Merkmalsausprägung sprechen. Einflußfaktoren produzieren in einem solchen Merkmal also stabile, *kumulierende* Unterschiede in der Merkmalsausprägung. Die Einflußfaktoren entfalten einmal ihre Wirkung, produzieren dadurch Varianz in der Merkmalsausprägung, die sich von alleine perpetuiert. (Wirken die Einflußfaktoren ein zweites oder drittes Mal, dann entsteht neue, zusätzliche Merkmalsvarianz.) Der Kontostand auf einem Girokonto ist ein nichtpsychologisches Beispiel für ein solches Merkmal: Einmal auf das Konto gezahltes Geld bleibt dort bis auf weiteres liegen, es muß nicht ständig neues Geld fließen, um den Kontostand zu halten (es sei denn, das Konto hätte irgendwo ein Loch). Als Beispiel für psychologische Variablen, die kumulierende Einflüsse reflektieren, könnte man vielleicht Wissensbestände oder soziale skills ansehen, die z.B. durch spezifische Erfahrungen oder Lernen erworben wurden und danach einfach weiterbestehen, teilweise aber auch wieder vergessen werden (in diesem Fall wäre  $b < 1$ ).

Im autoregressiven Modell entsteht Stabilität dadurch, daß sich Unterschiede in den Start- oder Eingangswerten auch auf die Zweitmessung auswirken.  $b = 0$  bedeutet kein Einfluß der Erst- auf die Zweitmessung (als Spezialfall enthält das autoregressive Modell also auch die Elastizität, allerdings nur für den Fall, daß Erst- und Zweitmessung nicht kovariieren; im Falle einer von 0 verschiedenen Kovarianz von  $M_1$  und  $M_2$  nimmt das Modell automatisch eine Merkmalsträgheit an, während etwa das Kovariations- oder trait/state-Modell stabile trait- oder Einflußfaktoren identifizieren, die zu beiden Zeitpunkten dieselben Merkmalsunterschiede hervorbringen);  $0 < b < 1$  bedeutet, daß die durch die Eingangswerte bedingte Varianz zum zweiten Meßzeitpunkt zwar vorhanden ist aber geringer wird (Dämpfung);  $b = 1$  bedeutet, daß die Eingangswerte perfekt stabil in die Zweitmessung eingehen;  $b > 1$  bedeutet, daß die eingangswertbedingten Varianzunterschiede in verstärkter Form in die Zweitmessung eingehen (Amplifikation, „rich get richer, poor get poorer“);  $b < 0$  bedeutet, daß Eingangsvarianz mit umgekehrtem Vorzeichen in die Zweitmessung eingeht („rich get poorer, poor get richer“). Nicht vorhandene oder umgekehrte Abbildung der Eingangswerte auf die Zweitmessung bewirkt automatisch Rangplatz-Veränderungen in  $M$ . Das Modell erlaubt aber auch neue, meßzeitpunkt-spezifische Einflüsse, die zu den startwertbedingten Unterschieden noch hinzukommen. Da diese Einflüsse im Modell mit den Startwerten unkorreliert sind, bedingen neue Einflüsse immer Veränderungen in der Merkmalsausprägung.

## II.d Modell von Startwert und Veränderung

Eine Abwandlung des autoregressiven Modells ist das Modell von Ausgangswert und Veränderung (Abbildung 4). Wie im vorangehenden Modell wird wieder eine Startwertvariable definiert, die der Erstmessung entspricht,  $S = M1$ . In diesem Modell wird allerdings per Voraussetzung ein perfektes Kumulationsmodell festgelegt, d.h., es wird vorausgesetzt, daß die Merkmalsausprägung eines früheren Meßzeitpunkts auf jeden Fall mit dem Faktor  $b = 1$  in den nachfolgenden Meßzeitpunkt eingeht. Die Residualvariable  $R$  des autoregressiven Modells ist daher in diesem Modell kein Regressionsresiduum mehr, sondern einfach die Differenz von Zweit- und Erstmessung, also die absolute Merkmalsveränderung ( $V$ ),  $V = M2 - M1$ ;  $\text{VAR}(V) = \text{VAR}(M2) - \text{VAR}(M1) - 2\text{COV}(M1, M2)$ . In diesem Modell ist es daher auch möglich (und meistens auch nötig), daß  $S$  und  $V$  kovariieren,  $\text{COV}(S, V) = \text{COV}(M1, M2 - M1) = \text{COV}(M1, M2) - \text{VAR}(M1)$ .



**Abbildung 4:** Modell von Startwert und Veränderung

Das Modell von Startwert und Veränderung ist ein perfektes Kumulationsmodell. Jede einmal erreichte Merkmalsausprägung setzt sich von allein, also ohne weitere aufrechterhaltende Wirkfaktoren, ungedämpft in die Zukunft fort (ad infinitum). Neue Einflußfaktoren werden einfach zu der bisherigen Merkmalsvarianz hinzuaddiert,  $M2 = M1 + V$ .

Insofern die verschiedenen (neuen und alten) Einflußfaktoren unabhängig voneinander sind, führt dieses Modell zu einer beständigen Zunahme von Varianz in dem beobachteten Merkmal. Das ist aber nur bei wenigen Merkmalen der Fall. Wie behandelt das Modell aber den

Fall, wenn die Varianz in einem Merkmal über die Zeit hinweg de facto weitgehend unverändert bleibt? Im Modell entsteht dann zwangsläufig eine negative Kovariation von Startwert und Veränderung. Nehmen wir zur Illustration wieder das Beispiel vom Girokonto (der Kontostand ist ja eine perfekt kumulierende Variable, die eindeutig der Logik des Modells genügen muß). Eine Reihe von Überweisungen erreicht mein Konto und bringt den Kontostand in die schwarzen Zahlen (= Erstmessung, Startwerte). (Vielleicht glauben einige Studenten, sie könnten auf diese Weise ein paar nützliche Tips für die Klausurvorbereitung bekommen – die Kontonummer können Sie übrigens auf Nachfrage bei mir erfahren. Was glauben Sie, warum sonst das Thema Veränderungsmessung behandelt wird?) Dort bleibt der Kontostand dann bis auf weiteres so wie er ist – natürlich auch ohne weitere Überweisungen, denn Kontostand ist ja nicht elastisch. Aber sobald ich den neuen Kontostand bemerkt habe, habe ich nichts besseres zu tun als das Geld für eine Urlaubsreise abzubuchen (Abbuchungen belasten das Konto und haben deshalb ein negatives Vorzeichen; = negative Veränderung). Nach den Abbuchungen ist der Kontostand wieder auf seinem alten, dürftigen Stand. In diesem Fall wurden die Abbuchungen aber dadurch hervorgerufen, daß ich gesehen hatte, daß endlich wieder Geld da war. Sollten sich viele Leute so oder ähnlich verhalten, dann gilt: Die neue Varianzkomponente (Abbuchungen) kovariiert mit dem Startwert (Startkontostand), und zwar negativ (hoher Startkontostand führt zu hohen, negativen Abbuchungen).

*Exkurs:* Das Phänomen der „Regression zur Mitte“

Analysiert man einen Datensatz mit einem wiederholt gemessenen Merkmal nach dem skizzierten Modell von Startwert (S) und Veränderung (V), findet man häufig eine negative Kovariation von S und V. Das ist immer so, wenn die Varianz von M2 geringer ist als die Summe der Varianzen von S und V, denn dann liegt offenbar keine Kumulation unabhängiger Einflußfaktoren vor. [Begründung:  $\text{VAR}(M2) = \text{VAR}(S) + \text{VAR}(V) + 2 \text{COV}(S,V)$ . Die Veränderungen müssen also negativ mit S kovariieren, denn bei einer nicht vorhandenen oder positiven Kovariation von S und V müßte ja die Varianz von M2 größer sein als die Varianz von M1.] Eine negative Kovariation von S und V bedeutet, daß positive Startwerte tendenziell mit negativen Veränderungswerten, und umgekehrt negative Startwerte tendenziell mit positiven Veränderungen einhergehen. In diesem Fall spricht man von einer „Regression zur Mitte“, weil Personen mit positiven oder negativen Merkmalsausprägungen in der Erstmessung beim zweiten Meßzeitpunkt überzufällig häufig Werte produzieren, die näher am Mittelwert liegen (wenn man zu einem positiven Startwert eine negative Veränderung hinzufügt, liegt der resultierende Wert der Zweitmessung näher am Mittelwert als die Erstmessung; gleiches gilt, wenn zu einem negativen Startwert eine positive Veränderung hinzugefügt wird).

Regression zur Mitte wurde häufig mit Bezug auf Standardabweichungseinheiten definiert, d.h., die Varianzen der Variablen werden zunächst künstlich gleichgesetzt (Campbell & Stanley, 1963; Cronbach & Furby, 1970; Nesselroade, Stigler & Baltes, 1980). Bei Variablen

mit gleicher Varianz zu beiden Meßzeitpunkten,  $\text{VAR}(M1) = \text{VAR}(M2) = \text{VAR}(M)$ , tritt eine Regression zur Mitte immer auf, wenn die Variablen nicht perfekt kovariieren,  $\text{COV}(M1, M2) < \text{VAR}(M)$ , also wenn die Korrelation der beiden Variablen kleiner als 1 ist. Da zeitlich versetzt erhobene Variablen praktisch nie perfekt korrelieren, wurde hieraus häufig abgeleitet, daß Regression zur Mitte faktisch immer ein Artefakt sei, da sie für jeden Datensatz auftreten *muß* (in ähnlicher Form argumentieren auch Lord, 1963, und Tucker, Damarin & Messick, 1966, dafür, daß absolute Differenzen aufgrund ihrer negativen Kovariation mit den Startwerten nicht als Kriterium in Analysen zur Vorhersage von Veränderungen in dem betreffenden Merkmal benutzt werden sollten). Dieses Argument ist aber nicht stichhaltig, denn nicht in jedem Fall haben die Variablen die gleiche Varianz und das folgende Beispiel zeigt, warum man nicht mit standardisierten Variablen arbeiten sollte, deren Varianz durch lineare Transformation künstlich gleichgesetzt wurde: Ein perfekt kumulativer Datensatz ohne Regression zur Mitte entsteht beispielsweise auf der Basis des folgenden Strukturmodells:  $M1 = K1$ ,  $M2 = M1 + K2 = K1 + K2$ , mit  $\text{COV}(K1, K2) = 0$ . Die Varianz von  $M2$  ist hierbei größer als die Varianz von  $M1$ ,  $\text{VAR}(M1) = \text{VAR}(K1)$ ,  $\text{VAR}(M2) = \text{VAR}(K1) + \text{VAR}(K2)$ . Die Kovariation zwischen  $M1$  und  $M2$  ist in diesem Fall nicht perfekt:  $\text{COR}(M1, M2) = \text{COV}(M1, M2) / [\text{STD}(M1) + \text{STD}(M2)] = \text{VAR}(K1) / [\text{STD}(K1) + \text{STD}(K1+K2)] < 1$ . Trotzdem liegt keine Regression zur Mitte vor:  $V = M2 - M1 = (K1+K2) - K1 = K2$ ,  $\text{COV}(M1, V) = \text{COV}(K1, K2) = 0$ . Transformiert man aber die Variablen  $M1$  und  $M2$  so, daß sie die gleiche Varianz haben (z.B. durch Standardisieren), und analysiert die Daten dann nach dem Modell von Startwert und Veränderung, entsteht sofort eine artifizielle negative Kovarianz von  $S$  und  $V$ , also Regression zur Mitte (die aber erst durch die Standardisierung auftrat). Sogar im Fall de facto gleicher Varianzen in  $M1$  und  $M2$  kann eine negative Kovariation von Ausgangswert und absoluter Veränderung durchaus inhaltlich bedingt sein, etwa durch Wegfallen einer Varianzkomponente in  $M1$  und dem neuen Hinzukommen einer davon unabhängigen gleich großen Varianzkomponente in  $M2$ . [Äußerst eindrückliche Argumente gegen den Mythos der artifiziellen Regression zur Mitte finden sich bei Rogosa, 1988; vgl. auch Rogosa & Willett, 1985.]

Wie gesagt tritt eine Regression zur Mitte zwangsläufig auf, sobald die Varianz der Zweitmessung geringer ist als die Summe der Varianzen von  $S$  ( $=M1$ ) und  $V$  ( $=M2-M1$ ). Eine Regression zur Mitte entsteht, wenn (1) Varianzanteile der Startwerte nicht perfekt stabil sind (de facto ist  $b < 1$ ), oder wenn (2) die Varianzanteile der Veränderungsvariablen tatsächlich negativ mit den Startwerten kovariieren (oder beides). Fall (1) stellt einen Verstoß gegen die Modellvoraussetzung der perfekten Varianzkumulation dar. In diesem Fall enthält die Variable  $M1$  offenbar doch Varianzkomponenten, die nicht perfekt träge sind (also situationsspezifische Varianzanteile oder meßzeitpunktspezifische Meßfehlervarianz, die nicht in  $M2$  eingehen). In diesem Fall stellt die Regression zur Mitte ein Artefakt dar (d.h., es kommt zu irreführenden Parameterschätzungen im Modell von Startwert und Veränderung), denn die wegfallenden Varianzanteile der Erstmessung werden im Modell durch Varianzen dargestellt, die mit umgekehrtem Vorzeichen in die Veränderungsvariable eingehen. Würde man beispielsweise Befindlichkeitsmessungen nach dem Modell von Startwert und Veränderung analysieren, so würde mit ziemlicher Sicherheit eine negative Kovariation von  $S$  und  $V$  beobachtet, die einfach auf die Elastizität der Befindlichkeit zurückgeht. Es würde durch das Modell aber suggeriert, situationsbedingte Auslenkungen in der Befindlichkeit würden kompensatorische Rückholkräfte aktivieren (Varianz in  $V$ ), die die Befindlichkeit von extremen Auslenkungen wieder zum Normalniveau zurückbringen. [Bemerkung: Solche Affektminimierungsmodelle wurden ernsthaft vorgeschlagen (z.B. Taylor, 1991). Ich möchte an dieser Stelle auch gar nicht gegen solche Theorien argumentieren. Das Beispiel einer elastischen Befindlichkeit, bei der situationsbedingte Befindlichkeitsveränderungen nach kurzer Zeit von allein – also auch ohne intervenierende kompensatorische

torische Gegenprozesse – wieder verschwinden, dient nur der Illustration.] Fall (2) verstößt nicht gegen die Modellannahmen. In diesem Fall zeigt die Regression zur Mitte an, daß extreme Merkmalsausprägungen tatsächlich kompensatorische Gegenprozesse aktivieren (z.B. ist es denkbar, daß nach einer Diagnose von Entwicklungsrückständen etwa im Bereich der Sprachentwicklung Fördermaßnahmen eingeleitet werden, die dann zu einer überproportionalen Verbesserung der sprachlichen Leistungen in der Gruppe der zunächst Schlechteren führt).

Regression zur Mitte kann also anzeigen, daß ein inadäquates Beschreibungsmodell für die Daten gewählt wurde (Fall 1). Regression zur Mitte kann aber auch inhaltlich gedeutet werden, nämlich im Sinne von merkmalsausprägungsbedingten Gegenprozessen (Fall 2). Eine Entscheidung über den Status eines Regressionseffekts (Artefakt oder inhaltlich bedeutsamer Effekt) allein auf der Basis eines zu zwei Meßzeitpunkten gemessenen Merkmals ist empirisch nicht möglich. Theoretische Überlegungen und theoretisch begründete Vorhersagevariablen müssen dazu dienen, Regressionseffekte aufzuklären und die theoretisch geeignete Darstellungsform zu finden.

## **II.e Fazit**

Bei den dargestellten Beschreibungsmodellen handelt es sich einfach um verschiedene „arithmetische“ Darstellungen desselben Datenmaterials. Die Modelle lassen sich auf jeden beliebigen Datensatz (zwei wiederholte Messungen derselben Variable) anwenden. Sie stellen lediglich verschiedene mögliche Anordnungen oder Zerlegungen eines gegebenen Datensatzes dar. Es ist also empirisch nicht zu entscheiden, welches Modell angemessen ist, denn mit jedem Modell läßt sich jede beobachtete Varianz-Kovarianz-Matrix eines zu zwei Meßzeitpunkten erhobenen Merkmals perfekt reproduzieren. Hierzu bedarf es der theoretischen Analyse, Wissen aus Experimentalstudien, oder – häufiger – der Analyse von Zusammenhängen zwischen Variablen über ein längsschnittliches Intervall.

## **III Vorhersage von Veränderung**

Empirische Hinweise auf die Adäquatheit von Veränderungsmodellen und natürlich auch darauf, welche Einflußfaktoren Merkmalsveränderungen bedingen, ergeben sich, wenn weitere Variablen zur Vorhersage von Merkmalsveränderungen benutzt werden. Im folgenden wird der einfache Fall betrachtet, in dem neben dem Merkmal  $M$  ( $M_1, M_2$ ) noch eine weitere Variable zu ebenfalls zwei Zeitpunkten erhoben wurde, die zur Vorhersage von  $M$  benutzt werden kann. Diese Variable nennen wir Prädiktor, also  $P$  ( $P_1, P_2$ ). In diesem Fall enthält die Varianz-Kovarianz-Matrix der beobachteten Variablen vier Varianzen,  $\text{VAR}(M_1)$ ,  $\text{VAR}(M_2)$ ,  $\text{VAR}(P_1)$ ,  $\text{VAR}(P_2)$ , und sechs Kovarianzen,  $\text{COV}(M_1, M_2)$ ,  $\text{COV}(P_1, P_2)$ ,  $\text{COV}(M_1, P_1)$ ,  $\text{COV}(M_2, P_2)$ ,  $\text{COV}(M_1, P_2)$ ,  $\text{COV}(M_2, P_1)$ , also insgesamt 10 Kenngrößen. Mit diesen Daten lassen sich schon durchaus interessante und komplexe Modelle identifizieren und testen.

Bei den dargestellten Modellen wird vorausgesetzt, daß die Wirkrichtung zwischen den Variablen M und P durch theoretische Vorüberlegungen bereits geklärt ist. P kann zwar M beeinflussen, wird aber umgekehrt nicht durch M beeinflusst (asymmetrische Vorhersage).

### **III.a Vorhersagemodelle ohne intervenierende latente Faktoren**

Im folgenden werden zunächst vier verschiedene Vorhersagemodelle behandelt, in denen direkte (also nicht über vermittelnde latente Konstrukte vermittelte) Effekte der Prädiktorvariablen auf das Kriterium analysiert werden. Die Modelle lassen sich danach unterscheiden, ob

- (1) Effekte von P auf M als ausschließlich elastisch oder als autoregressiv kumulierend angenommen werden,
- (2) Effekte von P auf M als ausschließlich meßzeitpunktspezifisch (aktualgenetisch) oder auch als zeitversetzt angenommen werden.

#### **III.a1 Modell mit ausschließlich aktualgenetischen Effekten und Merkmalselastizität**

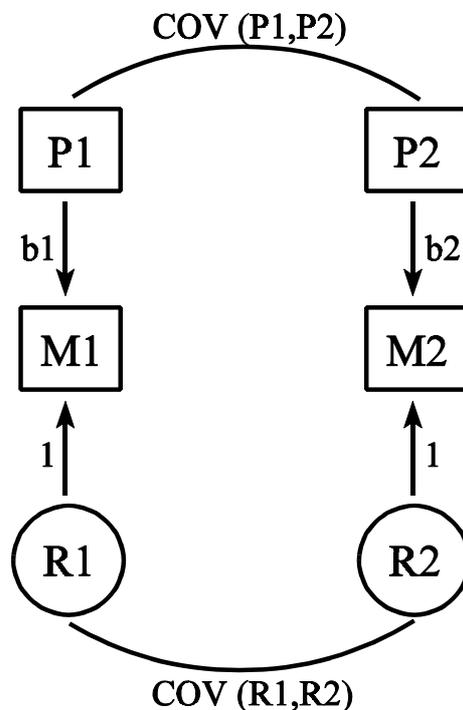
Nach diesem Ansatz ist die Merkmalsausprägung in M zu jedem Meßzeitpunkt eine Funktion von P und weiteren, nicht erhobenen Varianzquellen (R),  $M_1 = b_1P_1 + R_1$ ,  $M_2 = b_2P_2 + R_2$ . Das Modell ähnelt dem Kovariationsmodell (II.a), allerdings wird die Merkmalsausprägung in M zu jedem Meßzeitpunkt zusätzlich durch den Prädiktor P vorhergesagt (Abbildung 5).

Unterschiede in der Merkmalsausprägung von M bei der Erstmessung bilden sich nicht auf die zweite Messung ab („Elastizität“). Eine Kovariation von M1 und M2 kommt nur dadurch zustande, daß die Einflußfaktoren, die Merkmalsvarianz in M produzieren (also P und R), über die Zeit hinweg miteinander kovariieren:  $COV(M_1, M_2) = b_1b_2COV(P_1, P_2) + COV(R_1, R_2)$ , d.h., daß die Ausprägung bzgl. der Einflußvariablen zu den beiden Zeitpunkten ähnlich ist.

Weiterhin schließt der Ansatz einen Einfluß von P1 auf M2 aus (reine Aktualgenese, keine zeitversetzten Effekte). Deshalb enthält das Modell keinen diagonalen Pfad von P1 nach M2. Kovariation zwischen P1 und M2 kommt ausschließlich durch eine Kovariation von P1 mit P2 (vermittelt über den Effekt, den P2 auf M2 ausübt) zustande,  $COV(P_1, M_2) = b_2COV(P_1, P_2)$ .

Das Modell liefert eine Reihe von Möglichkeiten, auf die sich unterschiedliche Merkmalsausprägungen in M und auch Unterschiede in Veränderungen in M zurückführen lassen. Signifikante Pfade von P nach M ( $b_1$ ,  $b_2$ ) signalisieren, daß die Merkmalsausprägung in M durch P beeinflusst wird. Veränderungen in P (unterschiedliche Varianzen der Variablen, nicht perfekte Kovarianz zwischen P1 und P2) können Veränderungen in M erklären, ebenso auch

eine Veränderung in der Stärke des Einflusses ( $b_1 \neq b_2$ ). Weiterhin werden Unterschiede in M auf residuale, d.h., nicht gemessene, Varianzquellen zurückgeführt (R1, R2). Obwohl die Quellen dieser Varianz unbekannt sind, enthält das Modell doch zwei aufschlußreiche Informationen über diese Einflüsse. Zum einen zeigt der Vergleich der Varianzen von R1 und R2, ob der Einfluß nicht erhobener Einflußfaktoren auf M zu- oder abnimmt. Zum anderen zeigt die Kovariation der Residualfaktoren, inwieweit diesen Einflüssen zeitlich stabile Faktoren zugrunde liegen. Auch hier wird Veränderungsvarianz in M durch Veränderungen in R erzeugt (unterschiedliche Varianzen, nicht perfekte Kovariation zwischen R1 und R2).



**Abbildung 5:** Vorhersagemodell ohne intervenierende latente Variablen, ausschließlich aktualgenetische Effekte und Merkmalselastizität

Das skizzierte Modell setzt Elastizität voraus. Angenommen, M wäre ein Befindlichkeitsmaß, P wäre ein Maß der Belastung durch Alltagsstressoren (z.B. kleinere belastende Ereignisse, sog. „daily hassles“; Kanner, Coyne, Schaefer & Lazarus, 1981). Für das Beispiel heißt das, daß Befindlichkeitsunterschiede der Erstmessung (M1), die durch Alltagsstreß (P1) oder durch nicht gemessene Einflußvariablen (R1) zum Zeitpunkt der Erstmessung hervorgerufen wurden, sich nicht auf die Befindlichkeit zum zweiten Meßzeitpunkt (M2) auswirken.

Dieses Postulat könnte falsch sein. Es ist ja beispielsweise denkbar, daß einmal etablierte Befindlichkeiten sich selbst stabilisieren (wer gut drauf ist, sieht die Welt durch die rosarote Brille, dieselben Ereignisse erscheinen angenehmer und so bleibt man eher heiter; wer depressiv ist, sieht dagegen nur die negativen Seiten des Lebens und bleibt deshalb eher mal schlecht drauf). Solche Selbststabilisierungs- oder Trägheitseffekte der Befindlichkeit könnte das Modell nicht abbilden. D.h., wie auch immer man die Modellparameter wählt, es würde in diesem Fall nicht gelingen, die Varianz-Kovarianz-Matrix der beobachteten Variablen mit den geschätzten Modellkennwerten perfekt zu reproduzieren. In einem solchen Fall würde P1 deutlich stärker mit M2 kovariieren, als das Modell es erlaubt, weil sich Effekte von P1 auf M1 (de facto) vermittelt über die Trägheit von M1 nach M2 auch in M2 zeigen.

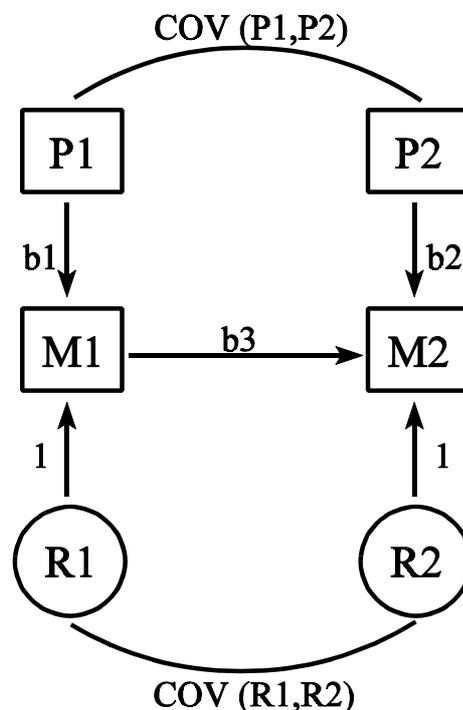
Das Modell setzt weiterhin voraus, daß Befindlichkeit zum zweiten Meßzeitpunkt nicht durch Alltagsstreß zum ersten Meßzeitpunkt beeinflusst wird (kein diagonaler Pfad von P1 nach M2). Ein solcher Einfluß widerspräche dem Postulat der ausschließlichen Aktualgenese. Vielleicht entfalten bestimmte Lebensereignisse einen Teil ihrer Wirkung auf die Befindlichkeit aber erst nach einer gewissen Zeitspanne (vielleicht wird einem erst nach und nach klar, wie sehr man unter der Trennung vom Partner leidet oder wie angenehm das Leben ist, nachdem man das Auto verkauft hat, etc.). Solche Effekte kann das skizzierte Modell ebenfalls nicht abbilden.

Dieses Modell ist also restriktiv, es legt den Daten strukturelle Beschränkungen auf (Elastizität, keine zeitversetzten Wirkeinflüsse). Technisch heißt das: Es werden insgesamt nur acht Modellparameter benutzt, nämlich  $\text{VAR}(P1)$ ,  $\text{VAR}(P2)$ ,  $\text{COV}(P1,P2)$ ,  $b1$ ,  $b2$ ,  $\text{VAR}(R1)$ ,  $\text{VAR}(R2)$ ,  $\text{COV}(R1,R2)$ , um die insgesamt 10 Elemente der Varianz-Kovarianz-Matrix nachzuzeichnen. Das heißt, es ist durchaus möglich, daß dieses Vorhersagemodell nicht in der Lage ist, bestimmte empirische Datensätze adäquat zu beschreiben.

Ein solches Vorhersagemodell ist deshalb durchaus nicht schlecht, ganz im Gegenteil, es ist ein besonderer Vorzug des Modells, daß es scheitern kann, denn auf diese Weise kann man prüfen, ob die Hypothesen der Elastizität und Aktualgenese für die Beeinflussung der Befindlichkeit durch Alltagsereignisse erfüllt sind. Diese Hypothesen werden getestet, indem man vergleicht, ob ein Modell, das den direkten Pfad von P1 nach M2 (zeitversetzter Effekt) oder den Pfad von M1 nach M2 (Kumulation, Trägheit) zusätzlich enthält, die Daten signifikant besser reproduzieren kann als ein Modell ohne diese Pfade. Die im weiteren dargestellten Modelle ergeben sich daraus, daß die Restriktionen des skizzierten Modells gelockert werden.

### III.a2 Modell mit ausschließlich aktualgenetischen Effekten und der Möglichkeit autoregressiv kumulierender Kriteriumsvarianz

Das folgende Modell (Abbildung 6) ist mit Ausnahme des Pfades von M1 nach M2 ( $b_3$ ) identisch mit dem unter III.a1 skizzierten Analysemodell. Dieser zusätzliche Pfad erlaubt Trägheit der Merkmalsausprägung und damit kumulierende Effekte. Damit ähnelt die Modellstruktur dem autoregressiven Modell (II.c). Interessanterweise ist es – im Gegensatz zum oben skizzierten autoregressiven Modell (II.c) – in diesem Modell möglich, auch die Kovarianz zwischen R1 und R2 zu schätzen. [Erläuterung: Im Modell II.c muß die Kovariation von S und R notwendig 0 sein, da R das Regressionsresiduum von M2 bzgl. S (= M1) ist und mit dem Prädiktor S notwendigerweise unkorreliert sein muß. Im aktuellen Vorhersagemodell ist aber R1 nicht mit M1 gleichgesetzt,  $M1 = b_1P1 + R1$ , und deshalb auch nicht direkt Prädiktor in der Autoregression sondern nur Teilkomponente des Prädiktors.] Wie bereits im Modell III.a1 wird mit dieser Kovariation erfaßt, inwieweit die durch nicht gemessene Einflußfaktoren (R1, R2) bedingte Varianz in M zu den beiden Meßzeitpunkten kovariiert. Anders als in III.a1 postuliert allerdings



**Abbildung 6:** Vorhersagemodell ohne intervenierende latente Variablen, ausschließlich aktualgenetische Effekte, autoregressive Varianzkumulation

das autoregressive Modell, daß Unterschiede der Merkmalsausprägung in M1, die auf den Residualfaktor R1 zurückgeführt werden, mit dem Faktor b3 in die Zweitmessung weitergeleitet werden.

Das skizzierte Modell ist weniger restriktiv als Modell III.a1, da auch Trägheitseffekte in M zugelassen sind. Das Modell wird somit allen Datensätzen gerecht, denen auch das Modell III.a1 genügt. In diesen Fällen wird das Regressionsgewicht b3 mit dem Wert 0 geschätzt, als Spezialfall des autoregressiven Modells entsteht dann das elastische Modell. Zusätzlich können natürlich auch solche Datenstrukturen reproduziert werden, die eine von 0 verschiedene Merkmalsträgheit beinhalten.

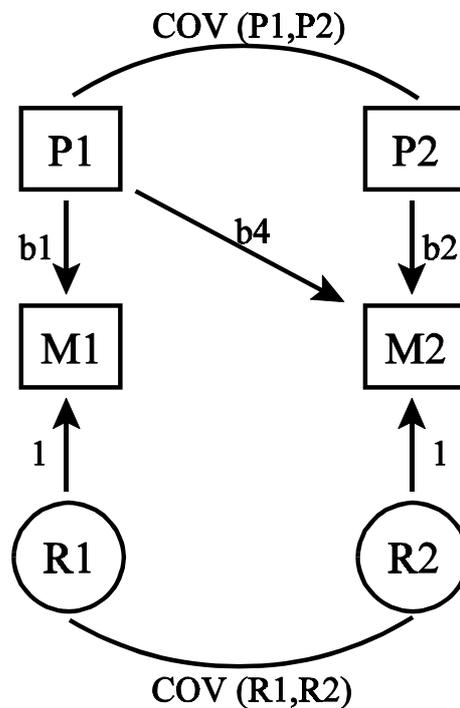
Das Modell ist sogar in der Lage, im Falle eines direkten zeitversetzten Effektes von P1 auf M2 die Varianz-Kovarianz-Matrix der Ausgangsvariablen zu reproduzieren, aber nur durch einen technischen Kunstgriff. In diesem Falle wird die Varianz in M2, die auf direkte (nicht über M1 vermittelte) Effekte in P1 zurückgeht, dadurch produziert, daß der autoregressive Pfad künstlich aufgebläht wird. So läßt sich der direkte Effekt von P1 auf M2 über den autoregressiven Pfad simulieren. Dadurch wird aber auch in verstärktem Maße die Varianz aus M1, die nicht auf P1 zurückgeht (R1), nach M2 transportiert und dies natürlich in einem Ausmaß, das nicht den Daten entspricht. Diese „Überprojektion“ von R1 nach M2 läßt sich aber kompensieren, indem diese Varianzanteile auch in die Residualvariable R2 aufgenommen werden – allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen. So wird die nicht datengerechte Projektion von R1 nach M2 wieder ausgeglichen. Hierbei entstehen aber inhaltlich irreführende Schätzungen für  $VAR(R2)$  und  $COV(R1,R2)$ . Erwartet man also aus theoretischen Gründen direkte zeitversetzte Effekte von P1 auf M2, sollte das folgende Modell gewählt werden.

### **III.a3 Modell mit aktualgenetischen und zeitversetzten Effekten**

Eine weitere Alternative, das Modell III.a1 zu flexibilisieren, besteht darin, direkte zeitversetzte Effekte zuzulassen, indem ein zusätzlicher Pfad von P1 nach M2 (b4) in das Modell aufgenommen wird (Abbildung 7). In diesem Fall entsteht ein Modell, das zwar Elastizität in M vorschreibt, dafür aber eine zeitliche Trägheit der Wirkung von P auf M zuläßt.

Dieses Modell ist allerdings auch in der Lage, Variablenträgheit zu simulieren – selbst ohne den autoregressiven Pfad des vorangehenden Modells (III.a2). Hierzu wird M2 mit dem Autoregressionsfaktor in die Residualvariable R2 projiziert und produziert so die fehlende Trägheitsvarianz in M2. Auf diese Weise entsteht allerdings eine künstlich aufgeblähte Ko-

variation von R1 und R2 sowie eine künstlich erhöhte Schätzung der R2-Varianz.

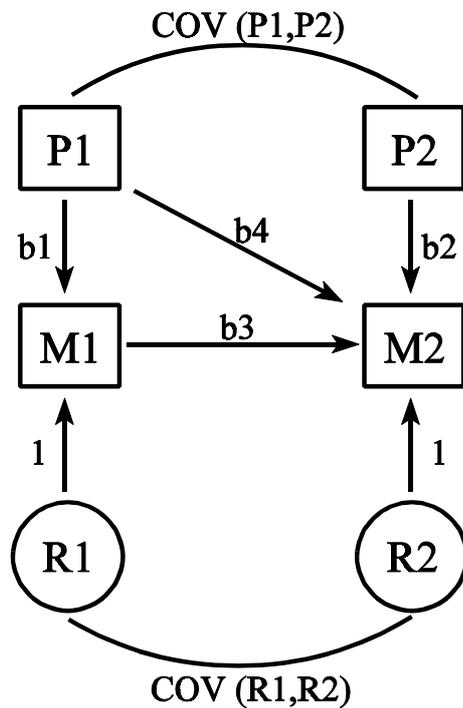


**Abbildung 7:** Vorhersagemodell ohne intervenierende latente Variablen, aktualgenetische und zeitversetzte Effekte und Merkmalselastizität

### III.a4 Gesättigtes Modell mit aktualgenetischen und zeitversetzten Effekten sowie autoregressiver Varianzkumulation im Kriterium

Die Nachbemerkenngen zu den beiden zuletzt diskutierten Modellen (III.a2 und III.a3) zeigen, daß diese empirisch gleichwertig sind, d.h. allein auf empirischer Ebene läßt sich nicht über die Angemessenheit je eines der Modelle entscheiden. Erwartet man aus theoretischen Gründen möglicherweise Merkmalsträgheit und Trägheit der Wirkung von P auf M, so empfiehlt sich ein weiteres Modell, das sowohl den autoregressiven Pfad von M1 nach M2 (b3) als auch den diagonalen, zeitversetzten Pfad von P1 nach M2 (b4) enthält (Abbildung 8).

Der Vorteil dieses Modells liegt darin, daß auf der Basis des Strukturmodells eine Vielzahl von Informationen über Zusammenhänge von P und M, über sonstige, nicht gemessene Einflußfaktoren, deren meßzeitpunktspezifische Varianzanteile und meßzeitpunktübergreifende Kovarianz, sowie über die relative Trägheit bzw. Elastizität von Merkmalsausprägungen in M gewonnen werden kann.

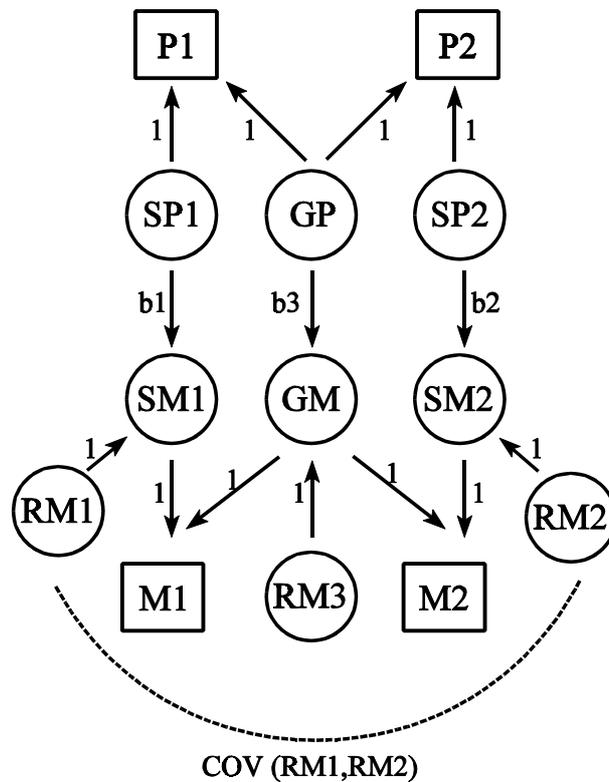


**Abbildung 8:** Vorhersagemodell ohne intervenierende latente Variablen, aktualgenetische und zeitversetzte Effekte, autoregressive Varianzkumulation

### III.b Trait/State-Modelle

In Analogie zu dem unter II.b dargestellten Modell eines gemeinsamen und zweier meßzeitpunktspezifischer Faktoren lassen sich auch Vorhersagemodelle konzipieren, die für P und M eine entsprechende Varianzzerlegung vornehmen (Abbildung 9). Effekte von P auf M ergeben sich dann über Pfade von den latenten Faktoren der P-Seite zu den latenten Faktoren der M-Seite, also von SP1 nach SM1 ( $b_1$ ), von SP2 nach SM2 ( $b_2$ ) und von GP nach GM ( $b_3$ ).

Zusätzlich zu diesen drei Pfaden kann in einem gesättigten Modell noch ein weiterer Parameter geschätzt werden. Hier bietet es sich an, die Kovariation zwischen den Residualvariablen bzgl. der spezifischen Faktoren auf der M-Seite (das sind die nicht durch die spezifischen Faktoren der P-Seite aufgeklärten Varianzanteile, RM1, RM2) zu betrachten. Diese Kovariation gibt an, inwieweit die nichtaufgeklärten Varianzanteile auf zeitkonstante Faktoren zurückgehen.



**Abbildung 9:** Vorhersagemodell mit trait/state-Zerlegung auf Prädiktor- und Kriteriumsseite

Alternativ kann die Aufschlüsselung in einen gemeinsamen Faktor und zwei meßzeitpunktspezifische Faktoren auch nur einseitig vorgenommen werden, während auf der Gegenseite ein autoregressives Modell oder ein Kovariationsmodell spezifiziert wird. Wird die trait/state-Zerlegung beispielsweise für die P-Seite durchgeführt, dann werden die Vorhersagepfade von den spezifischen Faktoren der P-Seite direkt zu den Variablen M1 bzw. M2 geführt, von dem G-Faktor auf der P-Seite werden Pfade zu beiden M-Variablen geführt. In diesen Modellen werden Ausprägungen in M durch state- und trait-Varianzanteile in P vorhergesagt. Auf der Kriteriumsseite kann entweder ein Kovariationsmodell mit elastischer Merkmalsausprägung (Abbildung 10.a) oder ein autoregressiv kumulierendes Modell (Abbildung 10.b) angesetzt werden.

Alternativ kann man auch auf der M-Seite ein entsprechendes trait/state-Modell spezifizieren und für die P-Variablen ein einfaches Kovariationsmodell schätzen (Abbildung 11). In diesem Fall werden Vorhersagepfade von P1 zum ersten spezifischen und zum G-Faktor der M-Seite geführt, sowie von P2 zum zweiten spezifischen Faktor und ebenfalls zum G-Faktor der M-Seite. In diesem Modell geht man der Frage nach, in welchem Maße trait- und state-Varianz-

anteile in  $M$  durch die meßzeitpunktspezifischen Varianzen der Prädiktorvariablen determiniert werden.

Abbildung 10a:

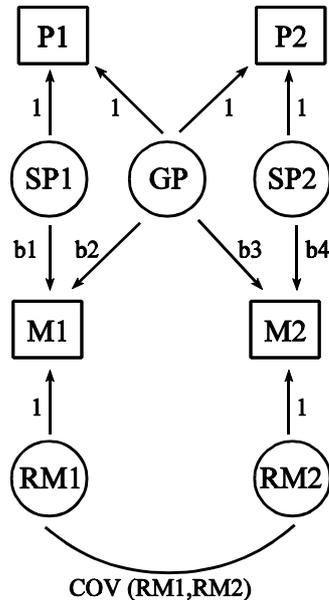
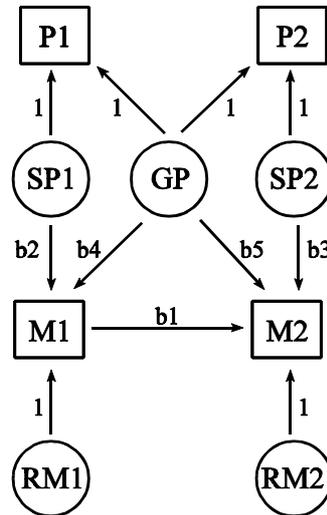


Abbildung 10b:



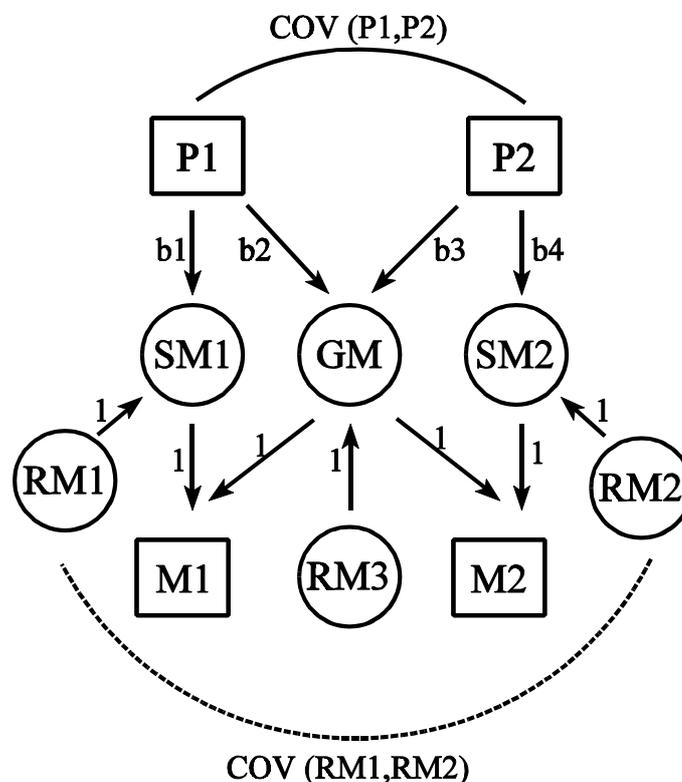
**Abbildung 10:** Vorhersagemodelle mit trait/state-Zerlegung auf Prädiktorseite, (a) elastische bzw. (b) autoregressiv kumulierende Merkmalsausprägung auf Kriteriumsseite

### III.c Fazit

Die in Abschnitt III dargestellten Modelle gewähren einen ersten Einblick in die Vielfalt der möglichen Modellspezifikation bei der Vorhersage längsschnittlicher Veränderungen. Je nach gewähltem Modell entstehen andere Anordnungen der Varianz-Kovarianzstruktur. Die Wahl des Analysemodells wird zunächst nicht von den Daten vorgegeben - zu jedem Datensatz lassen sich verschiedene Vorhersagemodelle schätzen. Die Modellwahl ist also in einem gewissen Sinne beliebig und hängt von theoretischen Vorstellungen und den gerade verfolgten Fragestellungen ab. Manche Modelle erlauben jedoch auch einen Modellgeltungstest, da sie Restriktionen spezifizieren, die nicht für alle Datenstrukturen zutreffen und somit empirisch falsifizierbar sind.

Bei der Darstellung wurden symmetrische Vorhersagemodelle, die Einflüsse in beide Richtungen erlauben, nicht berücksichtigt. Geht es nur darum, auch Einflüsse in die Gegenrichtung zu analysieren (also Einflüsse von  $M$  auf  $P$ ), so ist dies auch mit den dargestellten Modellen möglich, indem auch für die umgekehrte Wirkrichtung ein separates asymmetrisches

Modell geschätzt wird. Geht es allerdings um komplexe Fragestellungen, z.B. um eine Analyse der kausalen Dominanz (etwa über einen Vergleich der Stärke der Einflußpfade von P nach M und von M nach P), so müssen symmetrische Modelle spezifiziert werden, die simultan Einflüsse in beide Richtungen erlauben. Bei diesen Modellen übersteigt die Zahl der schätzbaren Parameter aber typischerweise die Anzahl der Elemente in der Varianz-Kovarianz-Matrix der gemessenen Variablen. Um überhaupt zu identifizierbaren Modellen zu gelangen, ist es also erforderlich, zunächst Restriktionen zu spezifizieren (zum Beispiel Gleichsetzungen oder Nullsetzungen von Parameterwerten).



**Abbildung 11:** Vorhersagemodell mit trait/state-Zerlegung auf Kriteriumsseite

## Literatur

- Campbell, D. T. & Stanley, J. C. (1963). Experimental and quasi-experimental designs for research in teaching. In N. L. Gage (Ed.), *Handbook of research in teaching* (pp. 171-246). Chicago, IL: Rand McNally.
- Cronbach, L. J. & Furby, L. (1970). How we should measure "change": Or should we? *Psychological Bulletin*, 74, 68-80.
- Kanner, A. D., Coyne, J. C., Schaefer, C. & Lazarus, R. S. (1981). Comparison of two modes of

- stress measurement: Daily hassles and uplifts versus major life events. *Journal of Behavioral Medicine*, 4, 1-39.
- Lord, F. M. (1963). Elementary models for measuring change. In C. W. Harris (Ed.), *Problems in measuring change* (pp. 21-38). Madison, WI: Wisconsin University Press.
- Nesselroade, J. R., Stigler, S. M. & Baltes, P. B. (1980). Regression toward the mean and the study of change. *Psychological Bulletin*, 88, 622-637.
- Rogosa, D. (1988). Myths about longitudinal research. In K. W. Schaie, R. T. Campbell, W. Meredith & S. C. Rawlings (Eds.), *Methodological issues in aging research* (pp. 171-209). New York: Springer.
- Rogosa, D. R. & Willett, J. B. (1985). Understanding correlates of change by modeling individual differences in growth. *Psychometrika*, 50, 203-228.
- Taylor, S. E. (1991). Asymmetrical effects of positive and negative events: The mobilization-minimization hypothesis. *Psychological Bulletin*, 110, 67-85.
- Tucker, L. R., Damarin, F. & Messick, S. (1966). A base-free measure of change. *Psychometrika*, 31, 457-473.