L. Frerick / M. Müller

WS 2018/19
6.11.2018

2. Übung zur Einführung in die Mathematik für Lehramt und Informatik

Abgabe: bis Dienstag, 13.11.18, 8:25 Uhr in Kasten E 11.
Versehen Sie bitte Ihre Lösungen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!

Hausübungen

H4: (4+2 Punkte)

Es sei $f : X \to Y$ eine Abbildung. Weiter sei $\mathscr{F}$ ein Mengensystem auf der Menge X.

(a) Beweisen Sie

$$f\left(\bigcup_{M\in\mathscr{F}} M\right) = \bigcup_{M\in\mathscr{F}} f(M).$$

(b) Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass im Allgemeinen nicht

$$f\left(\bigcap_{M\in\mathscr{F}} M\right) = \bigcap_{M\in\mathscr{F}} f(M)$$

gilt.

H5: (4 Punkte)

Betrachten Sie die Funktion $\varphi\colon \{a,b,c,d,e,f\} \to \{\triangle,\square,\heartsuit,*\}$, die durch

$$\begin{aligned} \varphi(a) &:= \triangle, & \varphi(c) &:= \triangle, & \varphi(e) &:= \heartsuit, \\ \varphi(b) &:= \square, & \varphi(d) &:= \heartsuit, & \varphi(f) &:= \triangle, \end{aligned}$$

definiert ist. Bestimmen Sie die Mengen $\varphi(\{a,d,e\})$, $\varphi(\{c,f\})$, $\varphi(\{a,b,c\})$, $\varphi^{-1}(\{\triangle\})$, $\varphi^{-1}(\{\square,\heartsuit\})$ und $\varphi^{-1}(\{*\})$. Begründen Sie, warum φ weder injektiv noch surjektiv ist.

H6: (4+2 Punkte)

Es sei $f : X \to Y$ eine Abbildung.

(a) Beweisen Sie:

(1) f ist genau dann injektiv, wenn $A = f^{-1}(f(A))$ für alle $A \subset X$ gilt.

(2) f ist genau dann surjektiv, wenn $B = f\left(f^{-1}(B)\right)$ für alle $B \subset Y$ gilt.

(b) Zeigen Sie anhand von Beispielen, dass in T3 in beiden Fällen im Allgemeinen keine Gleichheit gilt.