

5. Übung zur Einführung in die Mathematik für Lehramt und Informatik

Abgabe: bis Dienstag, 4.12.18, 8:25 Uhr in Kasten E 11.

Versehen Sie bitte Ihre Lösungen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!

Hausübungen

H13: (8 Punkte)

Beweisen Sie folgenden Satz aus der Vorlesung: Es seien K ein geordneter Körper und $x, y \in K$. Dann gilt:

(i) Aus $x, y < 0_K$ oder $x, y > 0_K$ folgt $xy > 0_K$.(ii) Es ist $x^2 > 0_K$ genau dann, wenn $x \neq 0_K$.(iii) Es gilt $1_K > 0_K$.(iv) Aus $0_K < x < y$ folgt $x^{-1} > y^{-1} > 0_K$.

H14: (Irrationalität des Goldenen Schnittes; 5 Punkte)

Beweisen Sie, dass die Gleichung $x^2 = 1 - x$ keine Lösung in \mathbb{Q} hat.

H15: (5 Punkte)

Es sei

$$M := \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{2k} \leq x < \frac{1}{2k-1} \right\}.$$

Untersuchen Sie, ob $\sup M$, $\inf M$, $\max M$ und $\min M$ in \mathbb{R} existieren, und bestimmen Sie diese gegebenenfalls.