L. Frerick / M. Müller WS 2018/19

8.1.2019

9. Übung zur Einführung in die Mathematik für Lehramt und Informatik

Abgabe: bis Dienstag, 15.1.19, 8:25 Uhr in Kasten E 11.

Versehen Sie bitte Ihre Lösungen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!

Hausübungen

H22: (4 Punkte)

Es seien $d \in 2\mathbb{N}_0 + 1$ (d.h. d sei ungerade), $a_0, \ldots, a_d \in \mathbb{R}$, $a_d > 0$ und $P : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$P(x) = \sum_{\mu=0}^{d} a_\mu x^\mu \qquad (x \in \mathbb{R}).$$

Beweisen Sie, dass P surjektiv ist.

H23: (3 Punkte)

Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definiert durch

$$a_n := (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \qquad (n \in \mathbb{N}).$$

Bestimmen Sie $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n$ und $\liminf\limits_{n\to\infty} a_n$.

H24: (5 Punkte)

(a) Es seien $n \in \mathbb{N}_0$ und $x \geq 0$. Zeigen Sie:

$$(1+x)^n \geq 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2} x^2.$$

(b) Es seien $k \in \mathbb{N}_0$ und $q \in \mathbb{C}$ mit $|q| < 1$. Beweisen Sie:

$$\lim_{n\to\infty} n^k q^n = 0.$$

H25: (6 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz

$$\text{(i)} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{i^\nu}{2 \cdot \sqrt[\nu]{\nu}}, \quad \text{(ii)} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[\nu]{\nu!}}, \quad \text{(iii)} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu^{10}}{5^{\nu/2}}.$$