

**1. Übung zur Einführung in die Mathematik für Lehramt und Informatik**

Abgabe: bis Mittwoch, 2.11.16, 10:00 Uhr in Kasten E 11.

Versehen Sie bitte Ihre Lösungen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!

**Tutorium**T1: (a) Es seien  $M_1 = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ ,  $M_2 = \{\alpha, M_1\}$ ,  $M_3 = \{\emptyset, \{M_1\}, 1\}$ . Geben Sie folgende Mengen in aufzählender Schreibweise an:

$$M_1 \cap M_2, \quad M_1 \cup M_2, \quad M_2 \setminus M_1, \quad M_2 \cup M_3.$$

(b) Geben Sie die Mengen

$$A = \{x : \text{Es existiert ein } k \in \mathbb{N} \text{ mit } x = 4k - 1\},$$

$$B = \{x : \text{Es existiert ein } k \in \mathbb{N} \text{ mit } x = (-1)^{k+1} \cdot k\},$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} : -5 \leq x \leq 3\}$$

in aufzählender Schreibweise an.

T2: Es seien  $X$  eine Menge und  $M_1, M_2, M_3 \subset X$ . Beweisen Sie:

- (i)  $M_1 \cap (M_2 \cup M_3) = (M_1 \cap M_2) \cup (M_1 \cap M_3)$ ,
- (ii)  $(M_1 \cap M_2)^c = M_1^c \cup M_2^c$ , wobei die Komplemente bzgl.  $X$  gebildet werden.

**Hausübungen**

H1: (2+3 Punkte)

(a) Geben Sie für  $M_1, M_2, M_3$  wie in T1 die Mengen

$$M_3 \setminus \{\emptyset\}, \quad M_2 \cap \emptyset, \quad M_2 \cap \{M_1\}, \quad M_2 \cap M_3$$

in aufzählender Schreibweise an.

(b) Bestimmen Sie die Mengen  $\mathcal{P}(\emptyset)$ ,  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$  und  $\mathcal{P}(M_1)$ .

H2: (4 Punkte)

Für zwei Mengen  $A$  und  $B$  sei  $A \Delta B$  definiert durch

$$A \Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

Zeigen Sie, dass

$$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

gilt.

H3: (4 Punkte + 4 Bonuspunkte)

Es seien  $X$  eine Menge und  $\mathcal{F}$  ein Mengensystem auf  $X$ . Beweisen Sie nach Ihrer Wahl eine der Regeln von de Morgan:

$$(i) \left( \bigcup_{M \in \mathcal{F}} M \right)^c = \bigcap_{M \in \mathcal{F}} M^c,$$

$$(ii) \left( \bigcap_{M \in \mathcal{F}} M \right)^c = \bigcup_{M \in \mathcal{F}} M^c, \text{ wobei die Komplemente bzgl. } X \text{ gebildet werden.}$$