L. Frerick / M. Müller WS 2016/17

29.11.2016

6. Übung zur Einführung in die Mathematik für Lehramt und Informatik

Abgabe: bis Dienstag, 6.12.16, 8:25 Uhr in Kasten E 11.

Versehen Sie bitte Ihre Lösungen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!

Tutorium

T8: (archimedische Eigenschaft von $\mathbb{R}$)

Beweisen Sie: Für alle $x > 0$ und $y \in \mathbb{R}$ existiert ein $n \in \mathbb{N}$ mit $nx > y$.

T9: Es sei

$$M := \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\} \subset \mathbb{R}.$$

Untersuchen Sie, ob $\sup M$, $\inf M$, $\max M$ und $\min M$ in $\mathbb{R}$ existieren, und bestimmen Sie diese gegebenenfalls.

Hausübungen

H16: (Irrationalität des Goldenen Schnittes; 5 Punkte)

Beweisen Sie, dass die Gleichung $x^2 = 1 - x$ keine Lösung in $\mathbb{Q}$ hat.

H17: (5 Punkte)

Es sei

$$M := \left\{ \frac{1}{n!} : n \in \mathbb{N} \right\} \subset \mathbb{R}.$$

Untersuchen Sie, ob $\sup M$, $\inf M$, $\max M$ und $\min M$ in $\mathbb{R}$ existieren, und bestimmen Sie diese gegebenenfalls.

H18: (8 Punkte)

Es seien A, B nichtleere, beschränkte Teilmengen von $\mathbb{R}$. Wir definieren

$$A + B := \{a + b : a \in A \text{ und } b \in B\}$$

und

$$-A := \{-a : a \in A\}.$$

Beweisen Sie:

(i) $A + B$ besitzt ein Supremum, und es gilt $\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$.

(ii) Ist $A \subset B$, so folgt $\sup(A) \leq \sup(B)$.

(iii) Es gilt $\sup(A) = -\inf(-A)$, und für $A \subset B$ ist $\inf(A) \geq \inf(B)$.