

8. Übung zur Einführung in die Mathematik für Lehramt und Informatik

Abgabe: bis Dienstag, 20.12.16, 8:25 Uhr in Kasten E 11.

Versehen Sie bitte Ihre Lösungen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!

Tutorium

T12: Bestimmen Sie

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\left(\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3x+5} \right) \cdot \frac{1}{x-1} \right),$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+1} \right).$

T13: Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit an der Stelle $x_0 = 0$:

(i) $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[3]{x},$

(ii) $g : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

T14: Für $x \in \mathbb{R}$ ist

$$[x] := \max \{k \in \mathbb{Z} : k \leq x\}$$

(Gaußklammer von x). Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = [x]$ auf Existenz rechts- und linksseitiger Grenzwerte und Stetigkeit. Skizzieren Sie den Graphen von f .**Hausübungen**

H22: (4 Punkte)

Zeigen Sie:

(i) Für $x_0 > 0, x \geq 0$ ist $\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x_0} = \frac{x-x_0}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}\sqrt[3]{x_0} + \sqrt[3]{x_0^2}}.$

(ii) $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[3]{x},$ ist stetig.

H23: (6 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$ die durch

$$f(x) = x + x[x] \quad (x \in \mathbb{R})$$

definiert ist, auf Existenz rechts- und linksseitiger Grenzwerte und Stetigkeit. Skizzieren Sie den Graphen von f .

H24: (7 Punkte)

Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{falls } x \in \mathbb{Q}, \\ x, & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Untersuchen Sie, an welchen Stellen in \mathbb{R} die Funktion f stetig ist.