L. Frerick / M. Müller

WS 2018/19
8.1.2019

9. Übung zur Einführung in die Mathematik für Lehramt und Informatik

Tutorium

T20: (a) Es seien $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall und $f : I \to \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie: Ist $f(I)$ nach oben und unten unbeschränkt, so ist f surjektiv.

(b) Es seien $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ und $P : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$P(x) = x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + 28 \qquad (x \in \mathbb{R}).$$

Zeigen Sie, dass zu jedem $r \in \mathbb{R}$ ein $x \in \mathbb{R}$ existiert, so dass $P(x) = r$.

T21: Es seien die Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definiert durch $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ und $b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$. Zeigen Sie:

(i) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist streng monoton wachsend und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ streng monoton fallend.

(ii) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sowie $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sind beschränkt.

(iii) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} b_n$. (Diesen Grenzwert nennt man auch eulersche Zahl e.)

T22: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz

$$\text{(i)} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{\nu}}, \quad \text{(ii)} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^\nu}{\sqrt[3]{\nu}}, \quad \text{(iii)} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{2019}{\nu}\right)^\nu.$$