L. Frerick / M. Müller SoS 2018

14.5.2018

5. Übung zur Einführung in die Funktionentheorie

Abgabe: bis Montag, 28.5.18, 12 Uhr in Kasten E 11.
Versehen Sie bitte Ihre Lösungen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!

Aufgabe 13 (3+3+3 Punkte)

Prüfen Sie, ob folgende Pfaffsche Formen $\omega\colon U \to \mathscr{L}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^n,\mathbb{R})$, $\omega = \sum_{\nu=1}^n f_\nu dx_\nu$, eine Stammfunktion besitzen. Bestimmen Sie eine Stammfunktion im Falle der Existenz.

1. $U=\mathbb{R}^2$, $f_1(x_1,x_2)=2(x_1+2x_2)$, $f_2(x_1,x_2)=4x_1+4x_2$.
2. $U=\mathbb{R}^2$, $f_1(x_1,x_2)=x_1x_2^3$, $f_2(x_1,x_2)=\frac{3x_1^2x_2^2}{2}$.
3. $U=\mathbb{R}^3$, $f_1(x_1,x_2,x_3)=2x_1+3x_2$, $f_2(x_1,x_2,x_3)=3x_1+x_3$, $f_3(x_1,x_2,x_3)=2x_1+8x_3$.

Aufgabe 14 (4 Punkte)

Es sei $U\subset\mathbb{C}$ offen und $f:U\to\mathbb{C}$. Die Funktion f heißt in $z_0\in U$ komplex differenzierbar, falls

$$f'(z_0)=\lim_{\substack{z\to z_0\\ z\in\mathbb{C}}}\frac{f(z)-f(z_0)}{z-z_0}$$

existiert. Zeigen Sie, dass aus der komplexen Differenzierbarkeit von f in z_0 die Stetigkeit von f in z_0 folgt.

Aufgabe 15 (2+4+4 Punkte)

Es sei $G\subset\mathbb{C}$ ein Gebiet. Beweisen Sie:

1. Ist $f:G\to\mathbb{C}$ komplex differenzierbar mit $f'\equiv 0$ in G, so ist f konstant.
2. Ist $f:G\to\mathbb{R}$ holomorph, so ist f schon konstant.
3. Ist $f:G\to\mathbb{C}$ holomorph und $|f|$ konstant auf G, so ist auch f konstant auf G.