

**9. Übung zur LINEAREN ALGEBRA**

Abgabe: bis Dienstag, 9.1.18, 12 Uhr in Kasten E 11 .

Versehen Sie bitte Ihre Lösungen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!

H31: (4 Punkte)

Bringen Sie folgende Matrix auf Zeilenstufenform:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & 8 & 0 & 3 & -1 & 6 \\ 0 & 9 & -3 & -4 & 5 & 15 \\ -4 & -13 & -1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

H32: (4 Punkte)

Untersuchen Sie, ob folgende Mengen Untervektorräume des  $\mathbb{R}^4$  sind:

- (i)  $L := \left\{ x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in \mathbb{R}^4 : \sum_{j=1}^4 x_j = 0 \right\}$ ,
- (ii)  $M := \left\{ x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in \mathbb{R}^4 : x_1 x_2 x_3 x_4 = 0 \right\}$ .

H33: (9+5 Punkte)

- (a) Es seien  $X \neq \emptyset$  eine Menge und  $K$  ein Körper. Beweisen Sie, dass  $K^X$  mit der Addition und Skalarmultiplikation aus der Vorlesung ein  $K$ -Vektorraum ist.
- (b) Wir betrachten den  $\mathbb{C}$ -Vektorraum  $V = \mathbb{C}^{\mathbb{R}}$ . Welche der folgenden Mengen ist Untervektorraum von  $V$ ? (Begründen Sie Ihre Antwort.)
- (i)  $A = \{f \in V : f(1) = 0\}$ ,
- (ii)  $B = \{f \in V : f(0) = 1\}$ ,
- (iii)  $C = \{f \in V : \exists c > 0 \forall x \in \mathbb{R} : |f(x)| \leq c\}$ .

H34: (6 Punkte)

Es seien  $L, M$  Untervektorräume eines  $K$ -Vektorraumes  $V$ . Beweisen Sie:

- (i)  $L \cap M$  ist ebenfalls ein Untervektorraum von  $V$ .
- (ii) Genau dann ist  $L \cup M$  ein Untervektorraum von  $V$ , wenn  $L \subset M$  oder  $M \subset L$  ist.

**Wir wünschen Ihnen frohe Weihnachten und einen guten Start in das neue Jahr!**