

Einführung in die Funktionentheorie

Blatt 5

Abgabe am 30.5. vor der Übung

Aufgabe 11:

Es sei γ eine Parametrisierung des Quadrates mit den Ecken $-r - ir$, $r - ir$, $r + ir$ und $-r + ir$ (in dieser Reihenfolge), wobei $r > 0$ fest. Berechnen Sie $\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$.

Aufgabe 12:

- i) Es seien $f_1, f_2 : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}$, $f_1(z_1, z_2) = \frac{2z_1 z_2^3}{3}$, $f_2(z_1, z_2) = z_1^2 z_2^2$. Zeigen Sie, dass

$$F : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}, F(z_1, z_2) = \int_{\gamma(z_1, z_2)} f_1 dz_1 + f_2 dz_2$$

eine Stammfunktion von $f_1 dz_1 + f_2 dz_2$ ist, wobei $\gamma_{(z_1, z_2)} : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}^2$, $\gamma_{(z_1, z_2)}(t) = (tz_1, tz_2)$. Berechnen Sie hierzu das F definierende Kurvenintegral.

- ii) Bestimmen Sie, wenn möglich, eine Stammfunktion zu den folgenden Pfaffschen Formen $\omega : U \rightarrow \mathcal{L}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$, $\omega(x) = \sum_{\nu=1}^n f_{\nu}(x) dx_{\nu}$.

- (a) $U = \mathbb{R}^2$, $f_1(x_1, x_2) = 12x_1 x_2 + 3$ und $f_2(x_1, x_2) = 6x_1^2 - 1$,
(b) $U = \mathbb{R}^2$, $f_1(x_1, x_2) = x_1 x_2$ und $f_2(x_1, x_2) = x_2$.