



Personalökonomik (neue Prüfungsordnung (10 ECTS))  
Wintersemester 2015/16  
Klausur – Haupttermin (09.03.2016)

Diese Klausur enthält vier Aufgaben, von denen drei (und nur 3) zu beantworten sind. Pro Aufgabe können 30 Punkte erzielt werden, so dass die maximale Gesamtpunktzahl 90 beträgt. Bei vier bearbeiteten Aufgaben werden nur die ersten drei Aufgaben bewertet. Die Teilaufgaben sind jeweils mit Punktzahlen versehen, die die Zeit (in Minuten) angeben, die Sie für die Bearbeitung verwenden sollten. Für das Bestehen der Klausur sind 40 Punkte notwendig.  
Ich wünsche Ihnen viel Erfolg.

Erlaubtes Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner

**Bitte tragen Sie Ihre Matrikelnummer ein, kreuzen nachfolgend an, welche Aufgaben Sie bearbeitet und ob Sie anrechenbare Übungsblätter eingereicht haben und geben Sie dieses Deckblatt zusammen mit dem Rest der Klausur ab.**

Matrikelnummer		1	2	3	4	Übungsblätter
	bearbeitete Aufgaben					
	erreichte Punktzahl					
	Gesamtpunktzahl			Note		

Punkte- und Notenskala:

Punktzahl	Note
Ab 84 Punkten	1,0
79 bis unter 84 Punkte	1,3
74 bis unter 79 Punkte	1,7
69 bis unter 74 Punkte	2,0
64 bis unter 69 Punkte	2,3
59 bis unter 64 Punkte	2,7
54 bis unter 59 Punkte	3,0
49 bis unter 54 Punkte	3,3
44 bis unter 49 Punkte	3,7
40 bis unter 44 Punkte	4,0
unter 40 Punkten	5,0

## Aufgabe 1: LEN-Modell

Der Gewinn eines Unternehmens (Prinzipals) ist durch  $\pi = px - w$  gegeben, wobei  $p$  den Preis des produzierten Gutes,  $x$  die Menge des produzierten Gutes und  $w$  die Entlohnung des Beschäftigten (Agenten) darstellen. Die Produktionsfunktion entspricht  $x = e + z$ , wobei  $e$  den Arbeitseinsatz und  $z$  eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert  $E(z)=0$  und der Varianz  $\text{Var}(z)$  darstellen. Die Ausbringung  $x$  ist für den Prinzipal beobachtbar, nicht aber  $e$  und  $z$ . Der Prinzipal wählt ein monetäres Entlohnungsschema bestehend aus einem Fixlohn  $\alpha$  und einer leistungsabhängigen Komponente  $\beta$ ,  $w = \alpha + \beta px$ , mit  $0 \leq \beta \leq 1$ .

Der Agent ist risikoavers und hat die Nutzenfunktion  $u(v) = 1 - e^{-rv}$ , wobei  $r$  das Arrow-Pratt-Maß der absoluten Risikoaversion (ARA) und  $v$  das Einkommen kennzeichnen. Durch die Arbeitsanstrengung  $e$  entsteht dem Agenten ein in monetären Einheiten gemessener Nutzenverlust in Höhe von  $\delta c(e)$ ,  $c'(e), c''(e) > 0$ , wobei  $\delta \geq 0$  ein Gewichtungssparameter darstellt. Das Einkommen entspricht daher  $v = w - \delta c(e)$ . Das Alternativeinkommen des Agenten beträgt  $\bar{v}$ .

Zuerst bestimmt das Unternehmen die gewinnmaximale Entlohnungsstruktur, anschließend entscheidet der nutzenmaximierende Agent darüber, ob er das Entlohnungsangebot akzeptiert. Nimmt der Agent das Angebot an, wählt er seinen Arbeitseinsatz.

### a) Arbeitseinsatz

- a1) Bestimmen Sie den Erwartungswert von  $v$ ,  $E(v)$ , und die Varianz von  $v$ ,  $\text{Var}(v)$  und darauf aufbauend das Sicherheitsäquivalent  $S = E(v) + 0,5r\text{Var}(v)$ . (6 Punkte)
- a2) Leiten Sie die Bedingung ab, die den Arbeitseinsatz  $e^*$  charakterisiert, den der Agent wählen wird. (2 Punkte)
- a3) Zeigen Sie, wie sich  $e^*$  verändert, wenn  $\beta$  zunimmt und wenn  $\delta$  sinkt. Erläutern Sie Ihr Ergebnis. (5 Punkte)

### b) Entlohnung

- b1) Stellen Sie die Partizipationsbedingung auf und ermitteln Sie den Fixlohn  $\alpha^*(\beta)$ .

*Hinweis: Beachten Sie, dass der optimale Arbeitseinsatz  $e^*$  eine Funktion von  $\beta$  und  $\delta$  ist.* (2 Punkte)

- b2) Bestimmen Sie den erwarteten Gewinn  $E(\pi)$  des Prinzipals. (2 Punkte)
- b3) Leiten Sie die Bedingung ab, die den Entlohnungsparameter  $\beta^*$  charakterisiert, der den erwarteten Gewinn maximiert. (3 Punkte)
- b4) Nehmen Sie an, dass die Bedingung zweiter Ordnung für ein Gewinnmaximum erfüllt ist. Gehen Sie weiterhin davon aus, dass  $\partial e^* / \partial \beta^*$  und  $\partial \alpha^* / \partial \beta^*$  sich nicht mit  $\delta$  ändern, also  $\partial^2 e^* / (\partial \beta^* \partial \delta) = 0$  und  $\partial^2 \alpha^* / (\partial \beta^* \partial \delta) = 0$  gelten.

Zeigen Sie, wie sich  $\beta^*$  verändert, wenn  $\delta$  sinkt. Erläutern Sie Ihr Ergebnis. (5 Punkte)

### c) Angenommen, der Agent ist nicht nur extrinsisch, sondern auch intrinsisch motiviert.

Wie könnte dies im unterstellten Modellrahmen abgebildet werden und welche Auswirkungen auf die nutzenmaximierenden Entscheidungen des Agenten und die gewinnmaximierenden Entscheidungen des Prinzipals könnten sich ergeben? Erläutern Sie! (5 Punkte)

## Aufgabe 2: Probezeit

Ein gewinnmaximierendes Unternehmen hat eine vakante Stelle. Diese Stelle kann für eine Periode besetzt werden. Es gibt zwei Typen von Bewerbern  $i$ ,  $i = 1, 2$ , deren Arbeitseinsatz  $E_i$  das Unternehmen bei Einstellung nicht kennt. Es gilt  $0 = E_1 < E_2 = 1$ . In der Gesamtpopulation befinden sich gleich viele Bewerber jeden Typs. Das Unternehmen kann einen Bewerber entweder für die gesamte Periode einstellen oder eine Probezeit vereinbaren mit der exogen vorgegebenen Dauer  $P$ ,  $0 < P < 1$ . Im ersten Fall ist eine Entlassung nicht möglich, im zweiten Fall nur nach Ablauf der Probezeit.

Während der Probezeit erhält ein Beschäftigter den Lohn  $w_p$  pro Zeiteinheit,  $w_p \geq 0$ , so dass das Einkommen während der Probezeit der Dauer  $P$  insgesamt  $Pw_p$  beträgt. Nach Ablauf der Probezeit beträgt der Lohn  $w_n$  pro Zeiteinheit. Die Bewerber erhalten ein Alternativeinkommen in Höhe von  $A_i$ ,  $0 < A_1 < A_2$ , pro Zeiteinheit, wenn sie nicht im betrachteten Unternehmen tätig sind. Die Beschäftigten sind bereit, ein Beschäftigungsangebot anzunehmen, wenn das erwartete Einkommen mindestens so hoch ist wie das Alternativeinkommen. Beschäftigte verlassen das betrachtete Unternehmen nicht, wenn Sie das Beschäftigungsangebot angenommen haben, es sei denn, sie werden entlassen.

Wir nehmen an, dass ein Beschäftigter des Typs 1 nach Ablauf der Probezeit immer entlassen wird und dann für den Zeitraum  $1 - P$  das Alternativeinkommen  $A_1$ , also  $(1 - P)A_1$  erhält. Ein Beschäftigter des Typs 2 wird nach Ablauf der Probezeit mit der Wahrscheinlichkeit  $z$ ,  $0,5 < z \leq 1$ , weiter beschäftigt. Mit der Gegenwahrscheinlichkeit wird er entlassen und erhält das Alternativeinkommen  $A_2$  pro Zeiteinheit. Im Anschluss an eine Entlassung ist dem Unternehmen keine Neueinstellung möglich. Der Gewinn pro Zeiteinheit des Unternehmens ergibt sich aus dem Erlös  $R_i = aE_i$ ,  $a > 2A_2$ , abzüglich der Lohnkosten.

- a) Nehmen Sie an, dass das Unternehmen auf eine Probezeit verzichtet und entweder den Lohn  $w = A_1$  oder den Lohn  $w = A_2$  setzt. Berechnen Sie für beide Fälle den Gewinn  $\pi_0(w = A_i)$  und begründen Sie, welchen Lohn das gewinnmaximierende Unternehmen setzen wird. (5 Punkte)
- b) Nehmen Sie an, dass das Unternehmen allen Bewerbern einen Arbeitsvertrag mit Probezeit anbietet.
  - b1) Welcher Lohn  $w_p$  stellt sicher, dass sich kein möglicher Beschäftigter des Typs 1 auf die vakante Stelle bewirbt? (2 Punkte)
  - b2) Ermitteln Sie den Lohn  $w_n$  in Abhängigkeit von  $w_p$  und  $A_2$ , der sicherstellt, dass sich nur Personen des Typs 2 auf die vakante Stelle bewerben. (3 Punkte)
- c) Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass das gewinnmaximierende Unternehmen den Lohn  $w_n$  so setzt, dass sich nur Personen vom Typ 2 bewerben.
  - c1) Zeigen Sie, dass der erwartete Unternehmensgewinn durch  $\Pi = (P + z(1 - P))(a - A_2)$  gegeben ist. (5 Punkte)
  - c2) Zeigen Sie, dass das Unternehmen bei Einsatz einer Probezeit und Selbstselektion der Bewerber einen höheren Gewinn erzielt, als wenn es jedem Bewerber den Lohn  $w = A_2$  zahlt, dass also  $\Pi > \pi_0(w = A_2)$  gilt. Erläutern Sie das Resultat. (4 Punkte)
- d) Nehmen Sie an, dass der Gesetzgeber die Dauer der Probezeit verkürzt. Erläutern Sie mögliche Reaktionen des Unternehmens. (5 Punkte)
- e) Unterstellen Sie nun in Abweichung der ursprünglichen Aufgabenstellung, dass  $0 < E_1$  sowie  $z = 1$  gelten.
  - e1) Wie hoch ist der Gewinn  $\pi_1(w = A_2)$  des Unternehmens, wenn es auf den Einsatz einer Probezeit verzichtet und den Lohn  $w = A_2$  zahlt? (2 Punkte)
  - e2) Welchen Wert darf  $E_1$  maximal annehmen, so dass der erwartete Unternehmensgewinn  $\Pi$  bei Einsatz einer Probezeit höher ist als der Gewinn  $\pi_1(w = A_2)$  bei Verzicht auf eine Probezeit und Zahlung des Lohns  $A_2$ ? Erläutern Sie das Ergebnis kurz. (4 Punkte)

### Aufgabe 3: Kündigungsschutz

Betrachten Sie einen Zeithorizont von zwei gleichen Perioden. Die Produktionsfunktion eines gewinnmaximierenden Unternehmens ist in der ersten Periode durch  $y(N) = N^\alpha$  gegeben, wobei  $y$  die Ausbringungsmenge,  $N$  die Anzahl der Beschäftigten und  $\alpha$  einen Produktivitätsparameter darstellen,  $0 < \alpha < 1$ . In der zweiten Periode ist die Produktivität mit der Wahrscheinlichkeit  $q$  niedrig (Technologie  $L$ ) und mit der Gegenwahrscheinlichkeit  $1-q$  hoch (Technologie  $H$ ),  $0 < q < 1$ . Die Produktionsfunktionen lauten jeweils  $y_L(N_L) = a_L N_L^\alpha$  und  $y_H(N_H) = a_H N_H^\alpha$ ,  $0 < a_L < 1 < a_H$ , wobei  $N_L$  ( $N_H$ ) die Anzahl Beschäftigten bei niedriger (hoher) Produktivität angibt. Der Preis des produzierten Gutes ist auf eins normiert, so dass die Ausbringungsmenge dem Erlös entspricht. Der Lohn pro Beschäftigten beträgt  $W$  pro Periode. Auszahlungen in Periode 2 werden mit dem Faktor  $\delta$ ,  $0 < \delta < 1$ , diskontiert.

In Periode 1 Beschäftigte können nur entlassen werden, wenn das Unternehmen Kosten in Höhe von  $K$  pro Entlassung aufwendet, so dass Kündigungskosten  $K(N - N_L)$  resultieren. Für eine Ausweitung des Personalbestands in Periode 2 fallen Kosten in Höhe von  $E$  pro Einstellung an, so dass Einstellungskosten  $E(N_H - N)$  resultieren. Gehen Sie davon aus, dass die Kosten der Einstellung und Entlassung hinreichend gering sind, so dass in der zweiten Periode der Personalbestand auf jeden Fall angepasst wird.

- a) Erläutern Sie, was man im deutschen Recht unter dem allgemeinen und dem besonderen Kündigungsschutz versteht. Stellen Sie einen Bezug zu den in der Aufgabe definierten Kündigungs- und Einstellungskosten her. (5 Punkte)
- b) Bestimmen Sie den erwarteten Gewinn  $\pi$  des Unternehmens. (3 Punkte)
- c) Beschäftigung
  - c1) Bestimmen Sie die gewinnmaximierenden Beschäftigungsmengen  $N^*$ ,  $N_L^*$  und  $N_H^*$  explizit. (6 Punkte)
  - c2) Nutzen Sie die Ergebnisse aus Teilaufgabe c1) und bestimmen Sie die erwartete Beschäftigung  $Z$  des Unternehmens. (2 Punkte)
- d) Angenommen, die Kündigungskosten  $K$  nehmen zu.
  - d1) Verdeutlichen Sie, wie diese Zunahme die erwartete Beschäftigung  $Z$  des Unternehmens ändern könnte und diskutieren Sie die unterschiedlichen Wirkungskanäle. (6 Punkte)
  - d2) Zeigen Sie formal, welcher Wirkungskanal dominiert.  
*Hinweis: Bestimmen Sie die Ableitung von  $Z$  nach  $K$  explizit.* (4 Punkte)
  - d3) In der politischen Debatte um Maßnahmen zur Reduktion der Arbeitslosigkeit wird oft eine Lockerung des Kündigungsschutzes gefordert. Diskutieren Sie dies auf Basis des Ergebnisses von Teilaufgabe d2). (4 Punkte)

#### Aufgabe 4: Mitbestimmung

Das Ausmaß der Mitbestimmung in einem Unternehmen wird mit  $t$  bezeichnet, wobei  $t \in [0, 1]$  gilt. Je höher  $t$  ist, desto umfangreicher die Mitbestimmung. Mitbestimmung generiert einen Bruttoüberschuss  $B(t)$ . Für  $B(t)$  gilt:  $B(0) = 0$ ,  $B'(t \rightarrow 0) \rightarrow \infty$ ,  $B'(t) > 0$  sofern  $0 < t < t^+$ ,  $B'(t^+) = 0$  und  $B'(t) < 0$  sofern  $t > t^+$ , so dass weiterhin  $B'' < 0$  zutrifft. Mitbestimmung verursacht aber auch Kosten, die mit  $C(t)$  bezeichnet werden. Für  $C(t)$  gilt:  $C(0) = 0$ ,  $C'(t \rightarrow 0) \rightarrow 0$ ,  $C'$  und  $C'' > 0$  sofern  $t > 0$ . Der Anteil des Nettoüberschusses  $N(t) = B(t) - C(t)$ , der den Beschäftigten zufließt, wird mit  $\gamma$  bezeichnet. Das Ziel des Unternehmens ist, einen möglichst hohen Gewinn zu erzielen, der durch  $\pi(t) = (1 - \gamma) N(t)$  gegeben ist. Die Belegschaft kann als ein einheitlicher Akteur aufgefasst werden und ihr Ziel ist, eine möglichst hohe Auszahlung  $U(t) = \gamma N(t)$  zu erzielen. Bei den Teilaufgaben a) und b) werden die Bedingungen zweiter Ordnung für ein Maximum als erfüllt angenommen.

- a) Nehmen Sie an, dass der Anteil  $\gamma$  des Nettoüberschusses  $B(t)$ , den die Beschäftigten erhalten, eine zunehmende Funktion des Ausmaßes der Mitbestimmung ist und  $\gamma'(t) > 0 \leq \gamma''(t)$  sowie  $\gamma(0) = 0$  und  $\gamma(1) = 1$  gelten.
- a1) Leiten Sie die Bedingung erster Ordnung ab, die das Ausmaß der Mitbestimmung  $t^*$  charakterisiert, das den Nettoüberschuss  $N(t)$  maximiert. (1 Punkt)
- a2) Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung, die das Ausmaß an Mitbestimmung  $t^U$  charakterisiert, das den Unternehmensgewinn  $\pi(t)$  maximiert. Erläutern Sie, warum  $t^U < t^*$  zutrifft. (4 Punkte)
- a3) Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung, die das Ausmaß an Mitbestimmung  $t^B$  charakterisiert, das die Auszahlung der Beschäftigten  $U(t)$  maximiert. Erläutern Sie, warum  $t^B > t^*$  zutrifft. (4 Punkte)
- a4) Nehmen Sie an, dass Unternehmen und Belegschaft über das Ausmaß der Mitbestimmung  $t$  *verhandeln* und das Verhandlungsergebnis durch die Nash-Lösung bestimmt wird. Das Nash-Produkt ist gegeben durch  $Z(t) = U(t)^{0,3} \pi(t)^{0,7}$ , wobei die Exponenten die Verhandlungsmacht der jeweiligen Parteien darstellen. Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung, die  $t^V$  charakterisiert. Zeigen Sie, dass  $t^U < t^V < t^B$  gilt und erläutern Sie dieses Resultat. (8 Punkte)
- b) Nehmen Sie nun an, dass der Anteil  $\gamma$  des Nettoüberschusses  $N(t)$ , den die Beschäftigten erhalten, separat vom Umfang der Mitbestimmung festgelegt werden kann. Unternehmen und Belegschaft verhandeln über das Ausmaß der Mitbestimmung  $t$  sowie den Aufteilungsparameter  $\gamma$ . Das Verhandlungsergebnis ist durch die Nash-Lösung bestimmt, so dass  $y^E$  und  $\gamma^E$  die Werte von  $t$  und  $\gamma$  darstellen, die das Nash-Produkt  $N(t, \gamma) = U(t, \gamma)^{0,3} \pi(t, \gamma)^{0,7}$  maximieren. Leiten Sie die Bedingungen erster Ordnung ab, die  $y^E$  und  $\gamma^E$  charakterisieren. Bestimmen Sie weiterhin  $\gamma^E$  explizit und das Verhältnis von  $t^E$  zu  $t^*$ . Erläutern Sie Ihr Ergebnis. (9 Punkte)
- c) Diskutieren Sie, welche Möglichkeiten das Betriebsverfassungsgesetz einem Unternehmen und seinen Beschäftigten bieten könnte, um über die Höhe des Nettoüberschusses und dessen Aufteilung zu verhandeln. (4 Punkte)