

Prof. Dr. Laszlo Goerke Lehrstuhl für Personalökonomik

# Personalökonomik (neue Prüfungsordnung (10 ECTS)) Wintersemester 2015/16 Klausur – Nachtermin (18.07.2016)

Diese Klausur enthält vier Aufgaben, von denen drei (<u>und nur 3</u>) zu beantworten sind. Pro Aufgabe können 30 Punkte erzielt werden, so dass die maximale Gesamtpunktzahl 90 beträgt. Bei vier bearbeiteten Aufgaben werden nur die ersten drei Aufgaben bewertet. Die Teilaufgaben sind jeweils mit Punktzahlen versehen, die die Zeit (in Minuten) angeben, die Sie für die Bearbeitung verwenden sollten. Für das Bestehen der Klausur sind 40 Punkte notwendig. Ich wünsche Ihnen viel Erfolg.

Erlaubtes Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner

Bitte tragen Sie Ihre Matrikelnummer ein, kreuzen nachfolgend an, welche Aufgaben Sie bearbeitet und ob Sie anrechenbare Übungsblätter eingereicht haben und geben Sie dieses Deckblatt zusammen mit dem Rest der Klausur ab.

Matrikelnummer		1	2	3	4	Übungsblätter
	bearbeitete Aufgaben					
	erreichte Punktzahl					
	Gesamtpunktzahl			Note		

#### Punkte- und Notenskala:

Punktzahl	Note
Ab 84 Punkten	1,0
79 bis unter 84 Punkte	1,3
74 bis unter 79 Punkte	1,7
69 bis unter 74 Punkte	2,0
64 bis unter 69 Punkte	2,3
59 bis unter 64 Punkte	2,7
54 bis unter 59 Punkte	3,0
49 bis unter 54 Punkte	3,3
44 bis unter 49 Punkte	3,7
40 bis unter 44 Punkte	4,0
unter 40 Punkten	5,0

#### **Aufgabe 1: LEN-Modell**

Der Gewinn eines Unternehmens (Prinzipals) ist durch G=pq-w gegeben, wobei p den Preis des produzierten Gutes, q die Menge des produzierten Gutes und w die Entlohnung des Beschäftigten (Agenten) darstellen. Die Produktionsfunktion entspricht  $q=\theta+x$ , wobei  $\theta$  den Arbeitseinsatz und x eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert E(x)=0 und der Varianz Var(x) darstellen. Die Ausbringung q ist für den Prinzipal beobachtbar, nicht aber  $\theta$  und x. Der Prinzipal wählt ein monetäres Entlohnungsschema bestehend aus einem Fixlohn  $\alpha$  und einer leistungsabhängigen Komponente  $\beta$ ,  $w=\alpha+\beta pq$ , mit  $0\leq\beta\leq1$ .

Der Agent ist risikoavers und hat die Nutzenfunktion  $u(v) = 1 - e^{-rv}$ , wobei r das Arrow-Pratt-Maß der absoluten Risikoaversion (ARA) und v das Einkommen kennzeichnen. Durch die Arbeitsanstrengung  $\theta$  entsteht dem Agenten ein in monetären Einheiten gemessener Nutzenverlust in Höhe von  $\gamma m(\theta)$ ,  $m'(\theta)$ ,  $m''(\theta) > 0$ , wobei  $\gamma \ge 0$  einen Gewichtungsparameter darstellt. Das Einkommen entspricht daher  $v = w - \gamma m(\theta)$ . Das Alternativeinkommen des Agenten beträgt  $\overline{v}$ .

Zuerst bestimmt das Unternehmen die gewinnmaximale Entlohnungsstruktur, anschließend entscheidet der nutzenmaximierende Agent darüber, ob er das Entlohnungsangebot akzeptiert. Nimmt der Agent das Angebot an, wählt er seinen Arbeitseinsatz.

## a) Arbeitseinsatz

- a1) Bestimmen Sie den Erwartungswert von v, E(v), und die Varianz von v, Var(v) und darauf aufbauend das Sicherheitsäquivalent S = E(v) + 0.5rVar(v). (6 Punkte)
- a2) Leiten Sie die Bedingung ab, die den Arbeitseinsatz  $\theta^*$  charakterisiert, den der Agent wählen wird. (2 Punkte)
- a3) Zeigen Sie, wie sich  $\theta^*$  verändert, wenn  $\beta$  sinkt und wenn  $\gamma$  zunimmt. Erläutern Sie Ihr Ergebnis. (5 Punkte)

#### b) Entlohnung

- b1) Stellen Sie die Partizipationsbedingung auf und ermitteln Sie den Fixlohn  $\alpha^*(\beta)$ .
  - Hinweis: Beachten Sie, dass der optimale Arbeitseinsatz  $\theta^*$  eine Funktion von  $\beta$  und  $\gamma$  ist. (2 Punkte)
- b2) Bestimmen Sie den erwarteten Gewinn E(G) des Prinzipals. (2 Punkte)
- b3)Leiten Sie die Bedingung ab, die den Entlohnungsparameter  $\beta^*$  charakterisiert, der den erwarteten Gewinn maximiert. (3 Punkte)
- b4) Nehmen Sie an, dass die Bedingung zweiter Ordnung für ein Gewinnmaximum erfüllt ist. Gehen Sie weiterhin davon aus, dass  $\partial \theta^* / \partial \beta^*$  und  $\partial \alpha^* / \partial \beta^*$  sich nicht mit  $\gamma$  ändern, also  $\partial^2 \theta^* / (\partial \beta^* \partial \gamma) = 0$  und  $\partial^2 \alpha^* / (\partial \beta^* \partial \gamma) = 0$  gelten.
  - Zeigen Sie, wie sich  $\beta^*$  verändert, wenn  $\gamma$  zunimmt. Erläutern Sie Ihr Ergebnis. (5 Punkte)
- c) Angenommen, der Agent ist nicht nur extrinsisch, sondern auch intrinsisch motiviert. Wie könnte dies im unterstellten Modellrahmen abgebildet werden und welche Auswirkungen auf die nutzenmaximierende Entscheidungen des Agenten und die gewinnmaximierende Entscheidungen des Prinzipals könnten sich ergeben? Erläutern Sie! (5 Punkte)

#### **Aufgabe 2: Teamarbeit**

Betrachtet sei ein Unternehmen, in dem N identische und risikoneutrale Individuen in einem Team tätig sind. Der Output der Firma entspricht  $x = e_1 \cdot e_2 \cdot ... \cdot e_N$ , wobei  $e_i$  den Arbeitseinsatz des Arbeiters i = 1, 2, ..., N darstellt. Der Arbeitseinsatz der einzelnen Teammitglieder ist für das Unternehmen nicht beobachtbar, wohl aber der Output x. Die Entlohnung  $w_i$  der Teammitglieder folgt einem linearen Anreizvertrag, mit  $w_i = \alpha + (\beta/N)x$ , wobei  $\alpha$  den Fixlohn und  $\beta$  den Prämiensatz darstellen. Das Unternehmen maximiert den Gewinn  $\pi = x - w_i N$  über die Festlegung des Prämiensatzes  $\beta$  unter der Nebenbedingung, dass die Beschäftigten das Arbeitsplatzangebot annehmen und ihren Arbeitseinsatz e optimal wählen.

Der Nutzen der Beschäftigten ist gegeben durch  $u_i = w_i - C_i - P_i$ , wobei  $C_i = \delta e_i^{N+1} / (N+1)$ ,  $\delta > 0$ , das in (in monetären Einheiten gemessene) Arbeitsleid darstellt und  $P_i = \gamma (\overline{e} - e_i)$  den (in monetären Einheiten gemessenen) Nutzenverlust angibt, der entsteht, wenn der Arbeitseinsatz des Arbeiters i unter einen vorbestimmten Normwert  $\overline{e}$  fällt. Der Parameter  $\gamma$ ,  $\gamma > 0$ , fungiert hierbei als Gewichtungsfaktor. Die Beschäftigten maximieren ihren Nutzen über die Wahl des Arbeitseinsatzes. Ihr Reservationsnutzen ist auf null normiert.

- a) Optimaler Arbeitseinsatz
  - a1) Bestimmen Sie den nutzenmaximalen Arbeitseinsatz des Teammitglieds 1,  $e_1^*$ , in Abhängigkeit der Anstrengungen aller übrigen Teammitglieder,  $E = e_2 \cdot e_e \cdot ... \cdot e_N$ . Zeigen Sie auch, dass die Bedingung zweiter Ordnung für ein Nutzenmaximum erfüllt ist. (4 Punkte)
  - a2) Verdeutlichen Sie anhand der Bedingung erster Ordnung, wie sich  $e_1^*$  mit der Anzahl der Teammitglieder N bei gegebenem Arbeitseinsatz E der übrigen Teammitglieder verändert. (2 Punkte)

Nehmen Sie im Folgenden an, dass sich alle N Teammitglieder identisch verhalten und den Arbeitseinsatz  $e^*$  erbringen. Die Produktionsfunktion entspricht dann  $x = e^N$ . Um die folgenden Rechnungen zu vereinfachen, gehen Sie weiterhin davon aus, dass  $\gamma = 0$  gilt, so dass der optimal Arbeitseinsatz durch die Gleichung  $e^* = \beta / (\delta N)$  beschrieben werden kann.

- b) Entlohnung
  - b1) Stellen Sie die Partizipationsbedingung auf und bestimmen Sie den Fixlohn  $\alpha *(\beta)$ , der die Partizipationsbedingung gewährleistet. (4 Punkte)
  - b2) Zeigen Sie, dass der Gewinn für einen gegebenen Prämiensatz  $\beta$  durch folgende Gleichung beschrieben werden kann:

$$\pi = \left(\frac{1}{\delta}\right)^{N} \left(\frac{\beta}{N}\right)^{N} - \left(\frac{1}{\delta}\right)^{N} \frac{N}{N+1} \left(\frac{\beta}{N}\right)^{N+1}$$
 (4 Punkte)

- b3) Bestimmen Sie den gewinnmaximalen Prämiensatz pro Teammitglied  $(\beta/N)^*$ , den die Firma wählen wird. (4 Punkte)
- c) A. Mas und E. Moretti führen in ihrem Aufsatz "Peers at Work" (American Economic Review, 2009) eine Untersuchung durch, welche sich ebenfalls mit den Konsequenzen von Teamproduktionen beschäftigt.
  - c1) Erläutern Sie die Problemstellung und das Ziel der Untersuchung. (4 Punkte)
  - c2) Beschreiben Sie kurz die wesentlichen Ergebnisse. (4 Punkte)
  - c3) Stellen Sie einen Bezug zu der Modellaufgabe her und erläutern Sie. (4 Punkte)

#### Aufgabe 3: Kündigungsschutz

Betrachten Sie einen Zeithorizont von zwei gleichen Perioden. Die Produktionsfunktion eines gewinnmaximierenden Unternehmens ist in der ersten Periode durch  $x(L) = L^{\beta}$  gegeben, wobei x die Ausbringungsmenge, L die Anzahl der Beschäftigten und  $\beta$  einen Produktivitätsparameter darstellen,  $0 < \beta < 1$ . In der zweiten Periode ist die Produktivität mit der Wahrscheinlichkeit q niedrig (Technologie G) und mit der Gegenwahrscheinlichkeit 1-q hoch (Technologie H), 0 < q < 1. Die Produktionsfunktionen lauten jeweils  $x_G(L_G) = a_G L_G^{\beta}$  und  $x_H(L_H) = a_H L_H^{\beta}$ ,  $0 < a_G < 1 < a_H$ , wobei  $L_G(L_H)$  die Anzahl Beschäftigten bei niedriger (hoher) Produktivität angibt. Der Preis des produzierten Gutes ist auf eins normiert, so dass die Ausbringungsmenge dem Erlös entspricht. Der Lohn pro Beschäftigten beträgt W pro Periode. Auszahlungen in Periode 2 werden mit dem Faktor  $\gamma$ ,  $0 < \gamma < 1$ , diskontiert.

In Periode 1 Beschäftigte können nur entlassen werden, wenn das Unternehmen Kosten in Höhe von K pro Entlassung aufwendet, so dass Kündigungskosten  $K(L - L_G)$  resultieren. Für eine Ausweitung des Personalbestands in Periode 2 fallen Kosten in Höhe von E pro Einstellung an, so dass Einstellungskosten  $E(L_H - L)$  resultieren. Gehen Sie davon aus, dass die Kosten der Einstellung und Entlassung hinreichend gering sind, so dass in der zweiten Periode der Personalbestand auf jeden Fall angepasst wird.

- a) Erläutern Sie, was man im deutschen Recht unter dem allgemeinen und dem besonderen Kündigungsschutz versteht. Stellen Sie einen Bezug zu den in der Aufgabe definierten Kündigungsund Einstellungskosten her. (5 Punkte)
- b) Bestimmen Sie den erwarteten Gewinn  $\pi$  des Unternehmens. (3 Punkte)
- c) Beschäftigung
  - c1) Bestimmen Sie die gewinnmaximierenden Beschäftigungsmengen  $L^*$ ,  $L_G^*$  und  $L_H^*$  explizit. (6 Punkte)
  - c2) Nutzen Sie die Ergebnisse aus Teilaufgabe c1) und bestimmen Sie die erwartete Beschäftigung Z des Unternehmens. (2 Punkte)
- d) Angenommen, die Kündigungskosten K nehmen ab.
  - d1) Verdeutlichen Sie, wie diese Reduktion die erwartete Beschäftigung Z des Unternehmens ändern könnte und diskutieren Sie die unterschiedlichen Wirkungskanäle. (6 Punkte)
  - d2) Zeigen Sie formal, welcher Wirkungskanal dominiert.

    Hinweis: Bestimmen Sie die Ableitung von Z nach K explizit. (4 Punkte)
  - d3) In der politischen Debatte um Maßnahmen zur Reduktion der Arbeitslosigkeit wird oft eine Lockerung des Kündigungsschutzes gefordert. Diskutieren Sie dies auf Basis des Ergebnisses von Teilaufgabe d2). (4 Punkte)

### **Aufgabe 4: Mitbestimmung**

Das Ausmaß der Mitbestimmung in einem Unternehmen wird mit t bezeichnet, wobei  $t \in [0, 1]$  gilt. Je höher t ist, desto umfangreicher die Mitbestimmung. Mitbestimmung generiert einen Bruttoüberschuss B(t). Für B(t) gilt: B(0) = 0,  $B'(t \to 0) \to \infty$ , B'(t) > 0 sofern  $0 < t < t^+$ ,  $B'(t^+) = 0$  und B'(t) < 0 sofern  $t > t^+$ , so dass weiterhin B'' < 0 zutrifft. Mitbestimmung verursacht aber auch Kosten, die mit C(t) bezeichnet werden. Für C(t) gilt: C(0) = 0,  $C'(t \to 0) \to 0$ , C' und C'' > 0 sofern t > 0. Der Anteil des Nettoüberschusses N(t) = B(t) - C(t), der den Beschäftigten zufließt, wird mit  $\gamma$  bezeichnet. Das Ziel des Unternehmens ist, einen möglichst hohen Gewinn zu erzielen, der durch  $\pi(t) = (1 - \gamma) N(t)$  gegeben ist. Die Belegschaft kann als ein einheitlicher Akteur aufgefasst werden und ihr Ziel ist, eine möglichst hohe Auszahlung  $U(t) = \gamma N(t)$  zu erzielen.

Bei den Teilaufgaben a) und b) werden die Bedingungen zweiter Ordnung für ein Maximum als erfüllt angenommen.

- a) Nehmen Sie an, dass der Anteil  $\gamma$  des Nettoüberschusses B(t), den die Beschäftigten erhalten, eine zunehmende Funktion des Ausmaßes der Mitbestimmung ist und  $\gamma'(t)$ ,  $\gamma''(t) > 0$  sowie  $\gamma(0) = 0$  und  $\gamma(1) = 1$  gelten.
  - a1) Leiten Sie die Bedingung erster Ordnung ab, die das Ausmaß der Mitbestimmung  $t^*$  charakterisiert, das den Nettoüberschusses N(t) maximiert. (1 Punkt)
  - a2) Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung, die das Ausmaß an Mitbestimmung  $t^U$  charakterisiert, das den Unternehmensgewinn  $\pi(t)$  maximiert. Erläutern Sie, warum  $t^U < t^*$  zutrifft. (4 Punkte)
  - a3) Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung, die das Ausmaß an Mitbestimmung  $t^B$  charakterisiert, das die Auszahlung der Beschäftigten U(t) maximiert. Erläutern Sie, warum  $t^B > t^*$  zutrifft. (4 Punkte)
  - a4) Nehmen Sie an, dass Unternehmen und Belegschaft über das Ausmaß der Mitbestimmung t verhandeln und das Verhandlungsergebnis durch die Nash-Lösung bestimmt wird. Das Nash-Produkt ist gegeben durch  $Z(t) = U(t)^{0,7}\pi(t)^{0,3}$ , wobei die Exponenten die Verhandlungsmacht der jeweiligen Parteien darstellen. Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung, die  $t^V$  charakterisiert. Zeigen Sie, dass
    - Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung, die  $t^V$  charakterisiert. Zeigen Sie, dass  $t^U < t^V < t^B$  gilt und erläutern Sie dieses Resultat. (8 Punkte)
- b) Nehmen Sie nun an, dass der Anteil  $\gamma$  des Nettoüberschusses N(t), den die Beschäftigten erhalten, separat vom Umfang der Mitbestimmung festgelegt werden kann. Unternehmen und Belegschaft verhandeln über das Ausmaß der Mitbestimmung t sowie den Aufteilungsparameter  $\gamma$ . Das Verhandlungsergebnis ist durch die Nash-Lösung bestimmt, so dass  $y^E$  und  $\gamma^E$  die Werte von t und  $\gamma$  darstellen, die das Nash-Produkt  $N(t,\gamma) = U(t,\gamma)^{0,7}\pi(t,\tau)^{0,3}$  maximieren. Leiten Sie die Bedingungen erster Ordnung ab, die  $y^E$  und  $\tau^E$  charakterisieren. Bestimmen Sie weiterhin  $\gamma^E$  explizit und das Verhältnis von  $t^E$  zu  $t^*$ . Erläutern Sie Ihr Ergebnis. (9 Punkte)
- c) Diskutieren Sie, welche Möglichkeiten das Betriebsverfassungsgesetz einem Unternehmen und seinen Beschäftigten bieten könnte, um über die Höhe des Nettoüberschusses und dessen Aufteilung zu verhandeln. (4 Punkte)