



Personalökonomik (10 ECTS)
Wintersemester 2016/17
Klausur – Haupttermin (20.02.2017)

Diese Klausur enthält vier Aufgaben, von denen drei (und nur 3) zu beantworten sind. Pro Aufgabe können 30 Punkte erzielt werden, so dass die maximale Gesamtpunktzahl 90 beträgt. Bei vier bearbeiteten Aufgaben werden nur die ersten drei Aufgaben bewertet. Die Teilaufgaben sind jeweils mit Punktzahlen versehen, die die Zeit (in Minuten) angeben, die Sie für die Bearbeitung verwenden sollten. Für das Bestehen der Klausur sind 40 Punkte notwendig.

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg.

Erlaubtes Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner

Bitte tragen Sie Ihre Matrikelnummer ein, kreuzen nachfolgend an, welche Aufgaben Sie bearbeitet und ob Sie anrechenbare Übungsblätter eingereicht haben und geben Sie dieses Deckblatt zusammen mit dem Rest der Klausur ab.

Matrikelnummer		1	2	3	4	Übungsblätter
	bearbeitete Aufgaben					
	erreichte Punktzahl					
	Gesamtpunktzahl			Note		

Punkte- und Notenskala:

Punktzahl	Note
Ab 84 Punkten	1,0
79 bis unter 84 Punkte	1,3
74 bis unter 79 Punkte	1,7
69 bis unter 74 Punkte	2,0
64 bis unter 69 Punkte	2,3
59 bis unter 64 Punkte	2,7
54 bis unter 59 Punkte	3,0
49 bis unter 54 Punkte	3,3
44 bis unter 49 Punkte	3,7
40 bis unter 44 Punkte	4,0
unter 40 Punkten	5,0

Aufgabe 1

Eine Firma kann H hoch qualifizierte Arbeiter und L gering qualifizierte Arbeiter einstellen. Die Produktionsfunktion ist durch $x(H, L) = 2(q_H H + L^\alpha)^{0.5}$ gegeben, $0 < \alpha < 1$, wobei $q_H > 1$ einen Produktivitätsparameter darstellt. Die Lohnkosten für den hoch (gering) qualifizierten Arbeiter betragen w_H (w_L), $w_H > w_L > 0$. Der Preis des produzierten Gutes ist auf eins normiert. Der Gewinn der Firma entspricht $\pi(H, L) = x(H, L) - (w_H H + w_L L)$. Die Firma maximiert den Gewinn durch die Wahl von H und L .

- a) Grenzerträge
 - a1) Ermitteln Sie die Grenzerträge von hoch qualifizierten und gering qualifizierten Arbeitern. (4 Punkte)
 - a2) Zeigen Sie, wie sich der Grenzertrag eines hoch qualifizierten Arbeiters mit der Anzahl der gering qualifizierten Arbeiter ändert. (2 Punkte)
- b) Bestimmen Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Gewinnmaximum. (2 Punkte)
Hinweis: Gehen Sie für die nachfolgenden Aufgaben davon aus, dass die Bedingungen zweiter Ordnung für ein Gewinnmaximum erfüllt sind.
- c) Arbeitsnachfrage
 - c1) Ermitteln Sie die gewinnmaximale Arbeitsnachfrage L^* . (4 Punkte)
 - c2) Ermitteln Sie die gewinnmaximale Arbeitsnachfrage nach hoch qualifizierten Arbeitern als Funktion von L^* , d.h. $H^*(L^*)$. (4 Punkte)
- d) Unterstellen Sie $H^*(L^*) > 0$.
Zeigen Sie, wie sich die in Teil c) ermittelte Arbeitsnachfrage nach hoch qualifizierten und gering qualifizierten Arbeitern ändert, wenn der Lohn w_L sinkt. Erläutern Sie Ihre Ergebnisse und gehen Sie dabei auf Substitutions- und Skaleneffekt ein. (7 Punkte)
- e) „Durch eine Reduktion des Mindestlohns kann die Arbeitslosigkeit gesenkt werden.“
Diskutieren Sie diese Aussage auf Basis des in der Aufgabe gegebenen Modellrahmens. (7 Punkte)

Aufgabe 2

Der Gewinn eines risikoneutralen Unternehmens (Prinzipals) ist durch $\pi = px - w$ gegeben, wobei p den Preis und x die abgesetzte Menge des produzierten Gutes darstellen. w bezeichnet die Entlohnung des Beschäftigten (Agenten). Die Produktionsfunktion lautet $x = e + \varepsilon$, wobei e den Arbeitseinsatz des Agenten und ε eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert $E(\varepsilon) = 0$ und der Varianz $Var(\varepsilon) = 2$ darstellen. Die Ausbringung x ist für den Prinzipal beobachtbar, nicht aber e und ε . Der Prinzipal wählt ein monetäres Entlohnungsschema bestehend aus einem Fixlohn α und einer leistungsabhängigen Komponente β , $w = \alpha + \beta px$, $0 \leq \beta \leq 1$, um seinen erwarteten Gewinn $E(\pi)$ zu maximieren. Der Agent ist risikoavers und hat die Nutzenfunktion $u(v) = 1 - \exp(-rv)$, wobei $r < 0,5$ das Arrow-Pratt-Maß der absoluten Risikoaversion und v das Einkommen kennzeichnen. Durch die Arbeitsanstrengung e entsteht dem Agenten ein in monetären Einheiten gemessener Nutzenverlust in Höhe von $c(e) = 0,5e^2$. Das Einkommen entspricht daher $v = w - c(e)$. Das Alternativeinkommen des Agenten beträgt \bar{v} . Zuerst bestimmt der Prinzipal die Entlohnungsstruktur, anschließend entscheidet der Agent darüber, ob er das Entlohnungsangebot akzeptiert. Nimmt der Agent das Angebot an, wählt er seinen Arbeitseinsatz.

- a) Arbeitsanstrengungen
 - a1) Bestimmen Sie den Erwartungswert von v , $E(v)$, und die Varianz von v , $Var(v)$ und darauf aufbauend das Sicherheitsäquivalent $S = E(v) - 0,5rVar(v)$. (6 Punkte)
 - a2) Bestimmen Sie den optimalen Arbeitseinsatz e^* , den der Agent wählen wird. (2 Punkte)
 - a3) Zeigen Sie, wie sich e^* verändert, wenn p zunimmt. Erläutern Sie Ihr Ergebnis. (2 Punkte)

- b) Entlohnung
- b1) Stellen Sie die Partizipationsbedingung auf und ermitteln Sie den Fixlohn $\alpha^*(\beta)$. (3 Punkte)
- b2) Berechnen Sie den Entlohnungsparameter β^* , der den erwarteten Gewinn des Prinzipals maximiert. (6 Punkte)
- b3) Zeigen Sie, wie sich β^* und $\alpha^*(\beta)$ ändern, wenn p zunimmt. Erläutern Sie Ihr Ergebnis. (6 Punkte)
- c) Diskutieren Sie, wie sich der Fixlohn und die leistungsabhängige Lohnkomponente ändern könnten, wenn das Unternehmen risikoavers ist. (5 Punkte)

Aufgabe 3

Ein Unternehmen will einen Arbeitsplatz mit einem Bewerber besetzen. Es gibt zwei Typen von möglichen Beschäftigten, $i = H, L$. Typ H hat eine höhere Produktivität als Typ L . Das Unternehmen kennt den Typen zum Zeitpunkt der Einstellung nicht. Eine Entlassung ist nicht möglich. Die reguläre Arbeitszeit eines Beschäftigten ist auf eins normiert. Hierfür erhält der Beschäftigte einen Lohn W . Das Unternehmen kann Beschäftigten einen Arbeitsvertrag anbieten, der zusätzlich die Ableistung von $t, t \geq 0$, Überstunden ermöglicht. Überstunden werden mit dem aus Unternehmenssicht gegebenen Lohnsatz $w, w > 0$, entlohnt. Somit beträgt das gesamte Lohneinkommen eines Beschäftigten $X = W + wt$. Die Ausbringung eines Beschäftigten des Typs i wird mit A_i bezeichnet. Es gilt $A_i = Q_i + tq_i$, $Q_H > Q_L > 0$, $q_H > q_L > 0$, wobei Q_i die Ausbringung während der regulären Arbeitszeit und q_i die Ausbringung pro Überstunde bezeichnen. Der Preis des produzierten Gutes ist auf eins normiert, so dass der Gewinn bei Einstellung einer Person des Typs i durch $\pi_i = A_i - X = Q_i + tq_i - wt - W$ gegeben ist. Um eine Person des gewünschten Typs einzustellen, kann das Unternehmen sowohl den Lohn W festsetzen als auch entscheiden, ob es Überstunden anbietet oder darauf verzichtet. Die reguläre Arbeitszeit verursacht ein Arbeitsleid $C, C > 0$. Überstunden führen zudem zu Arbeitsleid u_i pro Stunde, so dass das gesamte Arbeitsleid eines Beschäftigten des Typs i $V_i = C + tu_i, 0 < u_H < u_L$ beträgt. Der Nutzen entspricht $U_i = X - V_i = W + (w - u_i)t - C$. Der Beschäftigte entscheidet, ob er Überstunden arbeitet, wenn der Arbeitsvertrag diese Möglichkeit vorsieht. Der Alternativnutzen einer Person des Typs H (L) beträgt Z_H (Z_L), $Z_H > Z_L > 0$. Eine Person des Typs i wird sich auf den zu besetzenden Arbeitsplatz bewerben (nicht bewerben), wenn $U_i \geq (<) Z_i$ gilt.

- a) Nehmen Sie an, dass $q_H > w > u_L$ zutrifft.
- a1) Bestimmen Sie die Anzahl der Überstunden t_c , die sicherstellt, dass sich nur H -Typen bewerben. (4 Punkte)
- a2) Nehmen Sie an, dass das Unternehmen einen Arbeitsvertrag mit t_c Überstunden anbietet. Bestimmen Sie das Lohnniveau W_c , das sicherstellt, dass eine Person des Typs H das Jobangebot annimmt und sich keine Person des Typs L bewirbt. Erläutern Sie, wie sich W_c mit Z_H verändert. (5 Punkte)
- a3) Bestimmen Sie den Gewinn π_H des Unternehmens, wenn t_c Überstunden gearbeitet werden und es den Lohn W_c an eine Person des Typs H zahlt. Wie ändert sich π_H mit Z_H ? (4 Punkte)
- a4) Erläutern Sie, welche Anzahl an Überstunden t das Unternehmen wählen würde, wenn deren Anzahl nicht begrenzt wäre, sondern das Unternehmen t gewinnmaximierend bestimmen könnte. (4 Punkte)
- b) Nehmen Sie an, dass $q_H > u_L > w > u_H$ zutrifft.
- b1) Erläutern Sie, welche Anzahl Überstunden eine Person des Typs L wählen würde, wenn sie deren Anzahl nutzenmaximierend bestimmen könnte. (2 Punkte)
- b2) Bestimmen Sie die Anzahl der Überstunden t_d , die sicherstellt, dass sich nur H -Typen bewerben. (3 Punkte)

- b3) Nehmen Sie an, dass das Unternehmen einen Arbeitsvertrag mit t_d Überstunden anbietet. Bestimmen Sie das Lohnniveau W_d , das sicherstellt, dass eine Person des Typs H das Jobangebot annimmt und sich keine Person des Typs L bewirbt. Erläutern Sie, warum W_d nicht von Z_H abhängt. (4 Punkte)
- c) Diskutieren Sie, ob im Falle $q_H < w$ auch eine Selbstselektion der Bewerber erreicht werden kann. (4 Punkte)

Aufgabe 4

Auf einem Arbeitsmarkt gibt es eine Vielzahl identischer Unternehmen. In jedem dieser Unternehmen vertritt eine Gewerkschaft die Interessen der Beschäftigten. Alle firmenspezifischen Gewerkschaften haben die gleiche Nutzenfunktion $U = (w - b)L$, $w > b > 0$. L bezeichnet die beschäftigten Gewerkschaftsmitglieder, w den Lohn, den diese erhalten und b das Alternativeinkommen, welches ein Gewerkschaftsmitglied bezieht, wenn es nicht zum Lohn w beschäftigt wird. Die Produktionsfunktion der Firma ist durch $x(L) = L^\beta$, $0 < \beta \leq 0,5$, gegeben, wobei β die Produktionselastizität der Arbeit darstellt. Die Gewinngleichung lautet $\pi = px(L) - wL$. $p (> 0)$ gibt den aus Unternehmenssicht gegebenen Preis des produzierten Gutes an. Das Unternehmen maximiert seinen Gewinn über die Wahl der Beschäftigung L .

- a) Gewinnmaximierung
- a1) Wie lauten die Bedingungen erster und zweiter Ordnung für ein Gewinnmaximum? (2 Punkte)
- a2) Bestimmen Sie explizit die gewinnmaximale Beschäftigung $L^*(w)$. (3 Punkte)
- b) Monopollösung
- Unterstellen Sie, dass die Gewerkschaft den Lohn nutzenmaximal setzen kann, allerdings berücksichtigen muss, dass das Unternehmen die Beschäftigung entsprechend der Teilaufgabe a2) gewinnmaximal wählt.
- b1) Wie lautet die Bedingung erster Ordnung/ lauten die Bedingungen erster Ordnung, die die Zielfunktion der Gewerkschaft maximiert/ maximieren. (2 Punkte)
- Hinweis:*
Die Bedingung/ Bedingungen zweiter Ordnung wird/ werden als erfüllt angenommen.
- b2) Bestimmen Sie explizit den nutzenmaximalen Lohn w^M . (4 Punkte)
- c) Effiziente Verhandlungen
- Unterstellen Sie, dass die Gewerkschaft mit dem Unternehmen über den Lohn und über die Beschäftigung verhandelt. Das Verhandlungsergebnis kann durch die Nash-Lösung dargestellt werden, wobei beide Verhandlungsparteien über dieselbe Verhandlungsmacht verfügen. Einigen sich Unternehmen und Gewerkschaft nicht, betragen die Auszahlung der Gewerkschaftsmitglieder und der Gewinn jeweils null. Das Nash-Produkt lautet daher:

$$N = ((w - b)L)^{0,5} (px(L) - wL)^{0,5}.$$

Die Kontraktkurve ist durch $p\beta L^{\beta-1} = b$ gegeben.

- c1) Wie lauten die Bedingungen erster Ordnung, die die Verhandlungslösung charakterisieren? (6 Punkte)
- Hinweis: Die Bedingungen zweiter Ordnung werden als erfüllt angenommen.*
- c2) Bestimmen Sie den Lohn w^E und die Beschäftigung L^E , welche beide Parteien aushandeln werden. (5 Punkte)
- d) Stellen Sie die Monopollösung und die Lösung im Falle effizienter Verhandlungen im Lohn-Beschäftigungs-Raum (w - L -Raum) grafisch dar. Erläutern Sie die Unterschiede und Gemeinsamkeiten der beiden Lösungen. (8 Punkte)