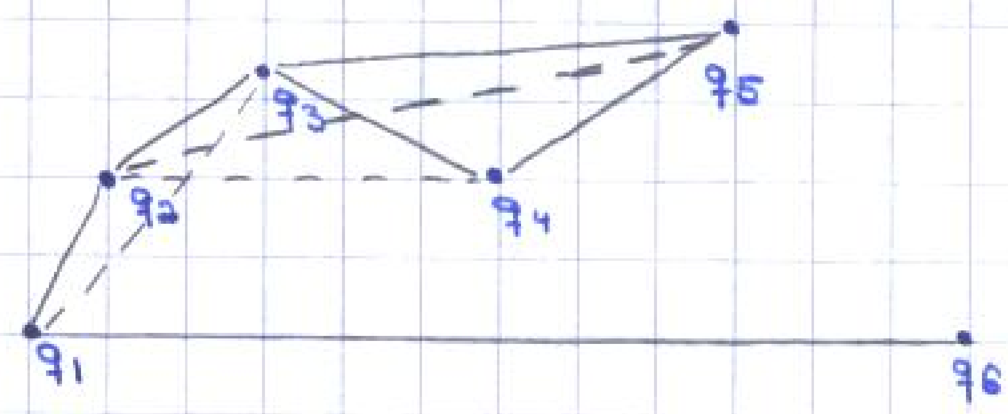
```
for s=3 to n-1 do
    x ← S.top();          gibt das oberste Element an.
    y ← S.top_pred();     eins unter dem obersten auf dem Stack
    while orientation (y, x, q_s) ≥ 0 do
        S.pop();
        x ← y;
        y ← S.top_pred();
    od
    S.push(q_s)
od
return S.
```

While-Schleife terminiert spätestens, wenn S nur noch die Pkte q_n, q_1 enthält. (weil alle Pkte $q_2 .. q_{n-1}$ oberhalb von $\overline{q_1 q_n}$ liegen.)

1.3.3. Beispiel für die Pkt:



Anfang: Stack $q_6\, q_1\, q_2$.

<u>$s=3$</u>

$x = q_2 \wedge y = q_1$

orientation $(q_1 q_2 q_3) = -1$

$\Rightarrow$ Stack $q_6 q_1\, q_2\, q_3$

<u>$s=4$</u>

$x = q_3 \wedge y = q_2$.

orientation $(q_2 q_3, q_4) = -1 \Rightarrow$ Stack $q_6 q_1 q_2 q_3 q_4$

<u>$s=5$</u>

$x = q_4 \wedge y = q_3$

orientation $(q_3 q_4 q_5) = +1 \Rightarrow$ stack $q_6 q_1 q_2 q_3$, $x = q_3$, $y = q_2$

orientation $(q_2 q_3 q_5) = -1 \Rightarrow$ stack $q_6 q_1 q_2 q_3 q_5$

Fertig!

1.3.4. Korrektheit.

(1) Invariante ist stets erfüllt.

Zeige mit Induktion, dass Invariante stets erfüllt ist.

<u>Ind.anf:</u> $S = q_n q_1 q_2$

$x_0, x_1, x_2 = q_n q_1 q_2$ mit
1) $t = 2$, $q_n = x_0$, $q_1 = x_1$, $q_2 = x_2$
2) $x_0 x_1 x_2$ konv. Polygon
3) obere Hülle von S ist TF von $x_0 x_1 x_2 q_3 \dots q_{n-1}$.

<u>Ind.ann:</u> die Invariante sei für $x_0 x_1 .. x_t$ erfüllt $(t \in \mathbb{N})$.

<u>Ind.beh:</u> Sei q_s der nächste Pkt bzgl. der lexikogr. Sortierung.

Wenn orientation $(x_{t-1}, x_t, q_s) = -1$ dann ist die Beh. trivialerweise erfüllt.

Sei also orientation $(x_{t-1}, x_t\, q_s) \in \{1, 0\}$

Z.Z. $x_0 \dots x_t$ ist TF von $q_n q_1 .. q_s$ mit
1) $t \geq 2$, $x_0 = q_n$, $x_1 = q_1$, $x_t = q_s$
2) $x_0 .. x_t$ konv. Polygon
3) obere Hülle von S ist TF von $x_1 .. x_t\, q_{s+1} .. q_n$.

$\Rightarrow S = x_0 x_1 .. x_{t-1}$

überall x_1. ... wird so lange gepopt bis orientation $(y, x, q_s) < 0$.

$\Rightarrow S = x_0 x_1 .. x_i$

S.push(q_s) $\Rightarrow S = x_0 x_1 .. x_i x_t$, wobei $x_t := q_s$

$\Rightarrow x_0 x_1 .. x_i x_t$ ist TF von $q_n q_1 \dots q_s$

zu 1) <u>$t \geq 2$</u>, $x_0 = q_n$, $x_1 = q_1$ und $x_t = q_s$ nach Def. $\Rightarrow$ ok.
weil $(x_0 x_1 q_s)$ Rightturn $\Rightarrow i \geq 1 \Rightarrow t \geq 2$.

zu 2). Folge $x_0' .. x_i$ unverändert und (x_{i-1}, x_i, q_s) bilden Rightturn
$\Rightarrow x_0' .. x_i x_t$ auch konvexes Polygon.

zu 3) Pkte $x_{i+1} .. x_{t(alt)}$ wurden entfernt. Sie gehören nicht zu oberen Hülle, da sie rechts von (oder auf) Strecke $\overline{x_i q_s}$ liegen. $\Rightarrow$ ok.

$\Rightarrow$ Beh.