

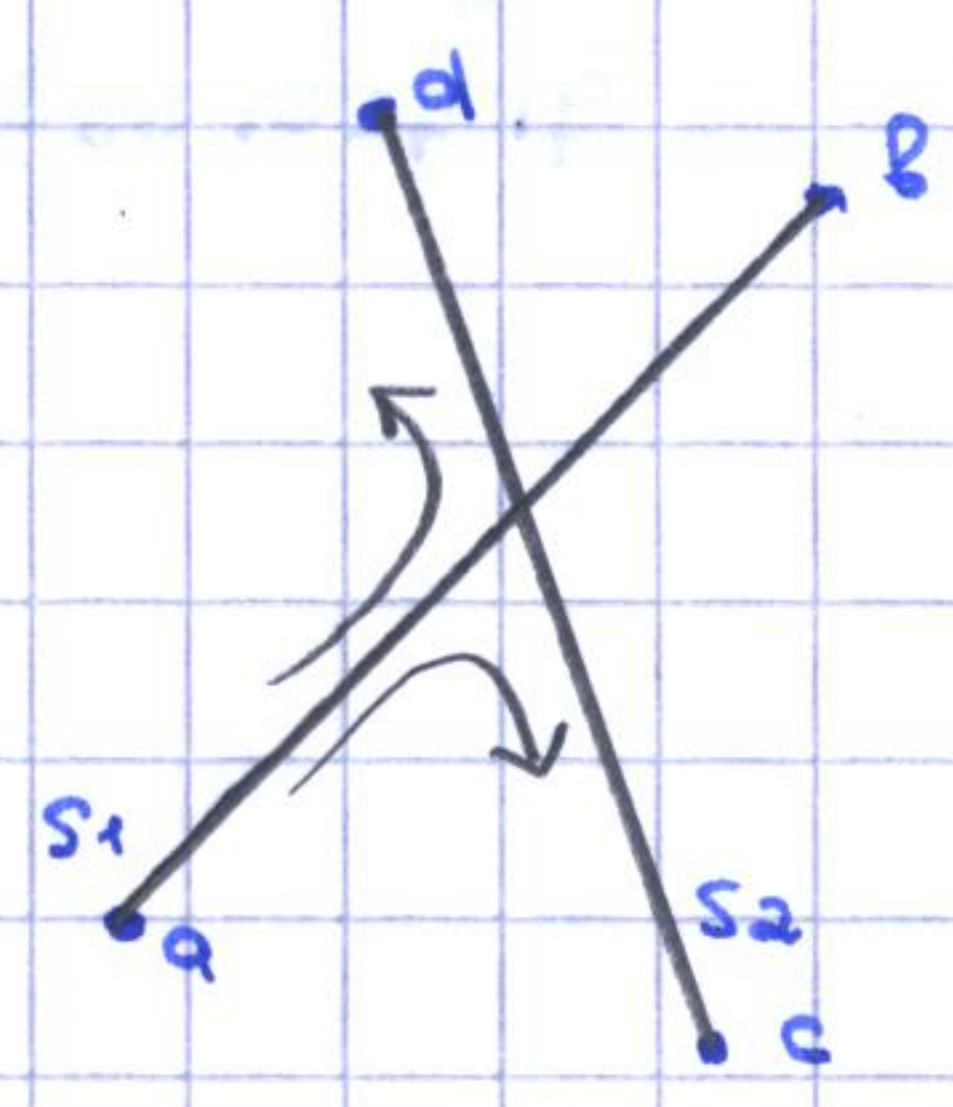
→ 1.5.11.4 Algorithmus:

- 1) Berechne Streifen von links nach rechts sortiert in Zeit $O(n)$, wobei $n = m + l$. Gesamtzahl der Ecken, durch Mischen der Eckenfolgen von P und Q. (siehe D&C für CH.)
- 2) Berechne für jeden Streifen R Trapezoid P_nR und Q_nR . Das geht auch in $O(n)$, da wir Eckenfolgen (siehe 1) von links nach rechts sortiert haben.
- 3) Berechne für jeden Streifen R $P_nQ_nR := (P_nR) \cap (Q_nR)$. Zeit $O(l)$ pro Streifen.
- 4) Zusammen kleben der Teile aus 3) insbesondere Eliminierung von Ecken, die nicht zur Ausgabe gehören. Laufzeit: $O(n)$ (Durchlaufen der Senkrechten von links nach rechts). → Eckenfolge von $P \cap Q$ gg. Uhrzeigersinn.

→ 1.5.11.5 Implementierungsdetails:

Teilprobleme:

- Test ob Segment s_1 ein anderes schneidet.
 $s_1 = \overline{a,b}$, $s_2 = \overline{c,d}$
 Gerade durch (a,b) schneidet (c,d) ⁽¹⁾ und Gerade durch (c,d) schneidet (a,b) ⁽²⁾
 $\Leftrightarrow s_1 \cap s_2 \neq \emptyset$
 (1) orientation $(a,b,c) \neq$ orientation (a,b,d) oder beide 0
 (2) orientation $(c,d,a) \neq$ orientation (c,d,b) oder beide 0.
- Falls $s_1 \cap s_2 = \emptyset \Rightarrow$ Bestimmung der relativen Lage von s_1 und s_2 durch weitere Orientierungstests.
- Falls $s_1 \cap s_2 \neq \emptyset \Rightarrow$ Bestimmung des Schnittpunktes (anal. Geometrie)
- Sonderfälle: $s_1 = s_2$.

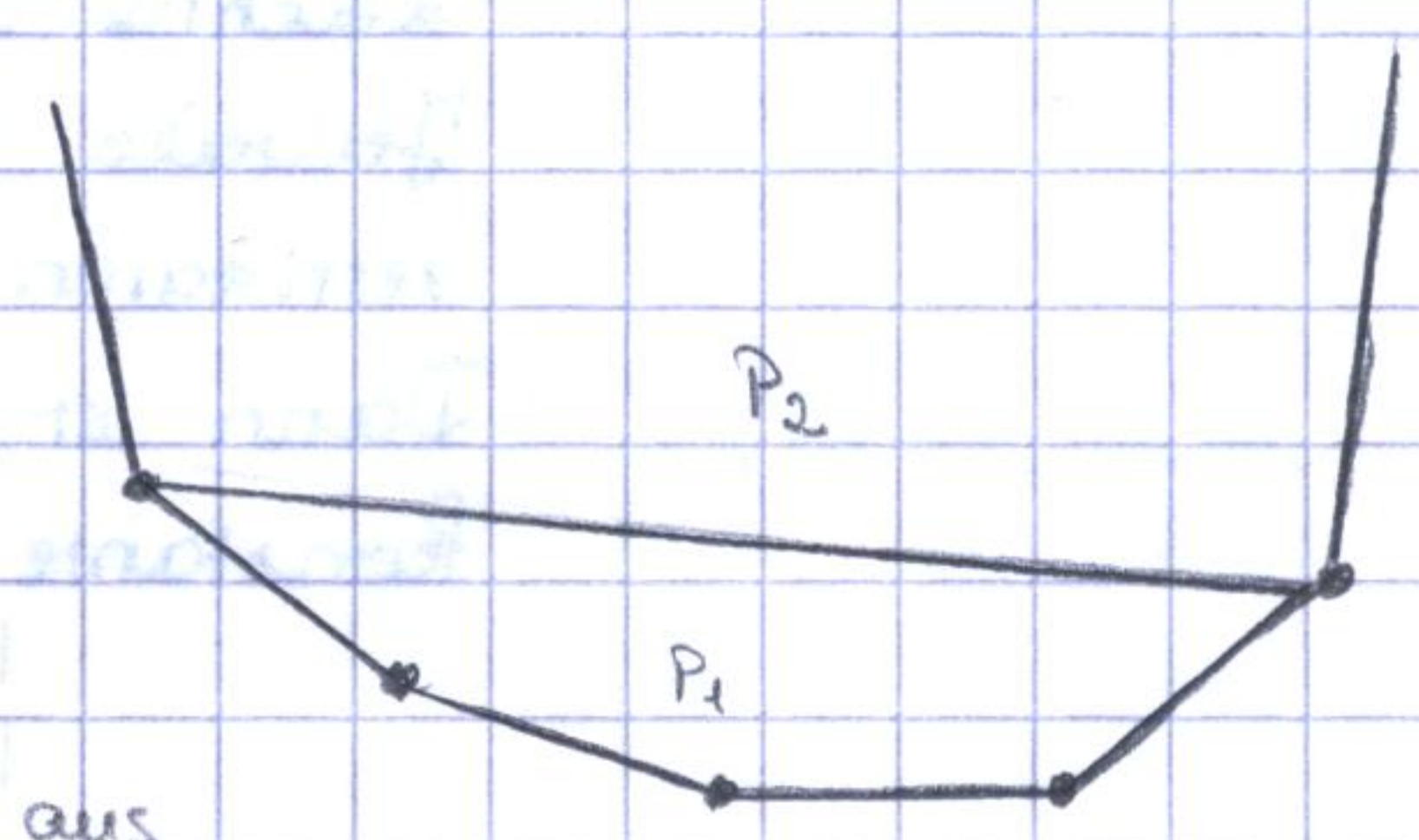


1.5.12 Satz: Der Schnitt $P \cap Q$ von zwei konvexen Polygonen P und Q kann in Zeit $O(n)$ berechnet werden, wobei $n =$ Summe der Ecken von P und Q.

Mischschritt

1.5.13 Fragen:

- 1) Geht das schneller, wenn alle Polygone im Voraus geg. sind, für die man evtl. Schnittoperationen ausführt.
- 2) Existiert Algorithmus, der output-sensitiv ist?
 Dh. Laufzeit hängt von Größe der Ausgabe ab.
 → siehe nächster Abschnitt über konvexe Polygone.



1.5.14 Divide & Conquer - Alg für Schnitt von Halbebenen.

Sei S Menge von Halbebenen.

INTERSECT(S)

if $|S| = 1$ then

return S;

else

teile S in zwei gleich große Teile S_1 und S_2

$P \leftarrow$ INTERSECT(S_1);

$Q \leftarrow$ INTERSECT(S_2);

return $P \cap Q$ // wie oben beschrieben, möglicherweise offen → Übung.

Ein unbeschr. Polygon besteht aus

- einem beschr. Pol. P_1 und unbeschr. Pol. $P_2 \Rightarrow P = P_1 \cup P_2$

Berechne $P_1 \cap Q_1$ mit D&C und Mischschritt von oben $\Rightarrow O(n \log n)$

Berechne $P_2 \cap Q_2$ und $P_1 \cap Q_2$ als Schnitt von Polygon mit drei Geraden in

Zeit $3 \cdot O(n \log n) = O(n \log n)$. Anschließend berechne $P_2 \cap Q_2$ als Schnitt von 6 Geraden in $O(9) = O(1)$

\Rightarrow Gesamtlaufzeit: $O(n \log n)$.

1.5.15 Laufzeit: $T(n) = \begin{cases} c_0, & |S| = 1 \\ c_1 n + 2 \cdot T(n/2), & |S| > 1 \end{cases}$

$\Rightarrow T(n) = O(n \log n)$

Alternative zu Dualitätsalgorithmus

1.5.16 Frage: Welcher Algorithmus ist in welchen Fällen schneller? Wahrscheinlich Divide & Conquer