

2.1. Einführung:

2.1.1. Ziel: Datenstruktur für konvexe Polygone, die verschiedene Operationen effizient unterstützt. → Hierarchische Darstellung.

2.1.2. Idee: Investiere Zeit und Platz  $O(n)$  in Aufbau dieser Struktur, um nachfolgende Operationen billig zu machen.

Lohnt sich nur, wenn mit demselben Polygon viele Operationen durchgeführt werden.

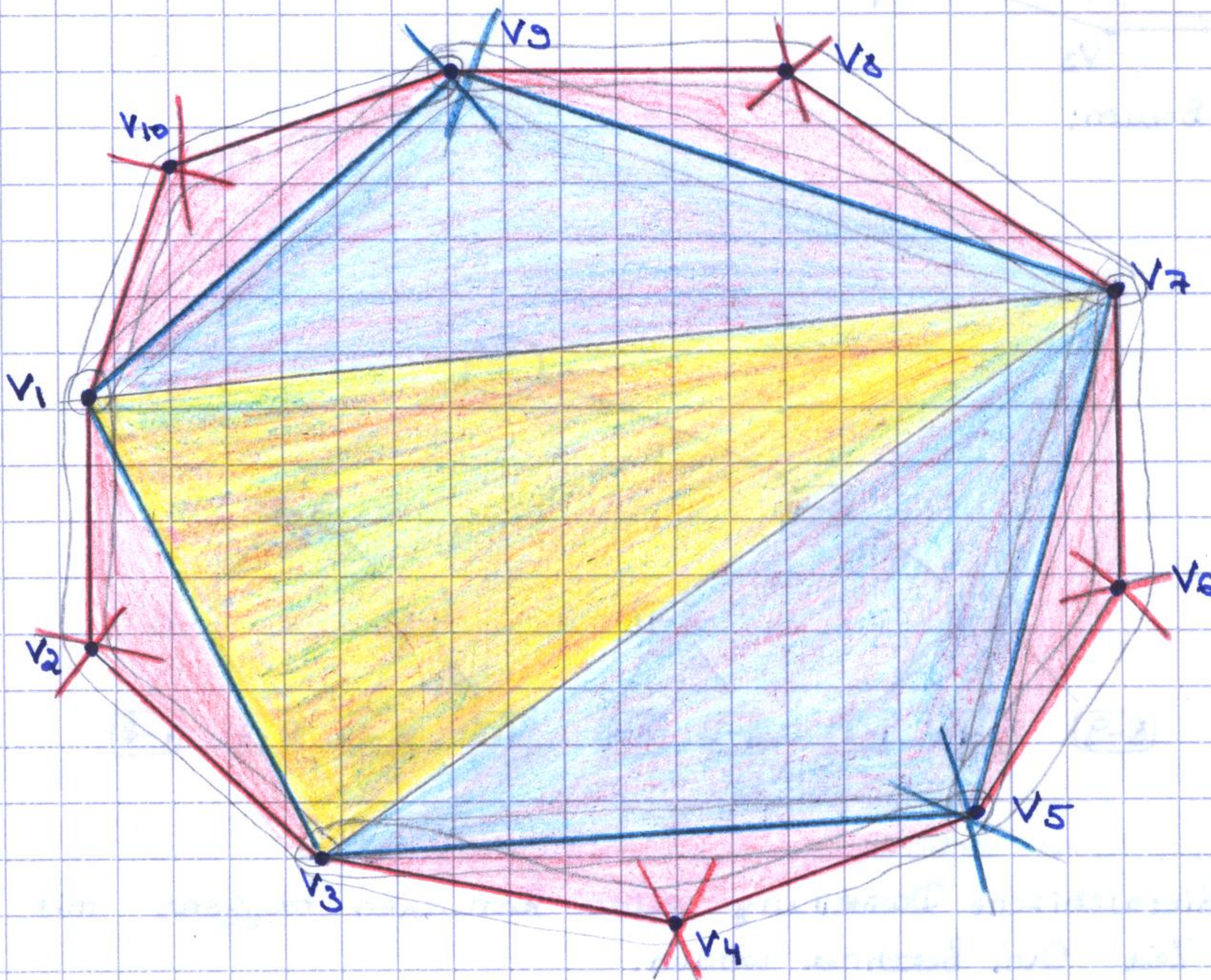
Hierarchische Darstellung: Konstruiere Folge von Teilpolygone, die das Polygon immer genauer beschreiben.

2.1.3. Def: Sei  $P$  konvexes Polygon mit  $n$  Ecken  $v_1 \dots v_n$ .

Eine Folge  $P_0, P_1, \dots, P_k$  von konvexen Polygonen heißt (innere) Hierarchische Darstellung von  $P$ , wenn gilt:

- 1)  $P_0$  hat  $\leq 4$  Ecken
- 2)  $P_k = P$ ,  $P_i \neq P_{i+1} \forall i \in \{0, \dots, k-1\}$
- 3) Jede Ecke von  $P_i$  ist Ecke von  $P_{i+1}$  und von vier aufeinanderfolgenden Ecken von  $P_{i+1}$  ist mindestens eine und höchstens drei von  $P_i$ . (für  $0 \leq i < k$ ).

2.1.4. Beispiel:



$P = v_1 \dots v_{10} = P_2$   
 $P_1 = v_1 v_3 v_5 v_7 v_9$   
 $P_0 = v_1 v_3 v_7$   
 $\Rightarrow \{P_i\}_{i=0}^2$  ist die hierarchische Darstellung von  $P$ .

Bea:  $P_0$  kann auch  $v_1 v_3$  sein.

Dann wäre die Darstellung bzgl der Hierarchie noch tiefer.

$P_k = P_2$ ,  $|P_2| = 10$   
 $|P_{k-1}| = |P_1| = 5$

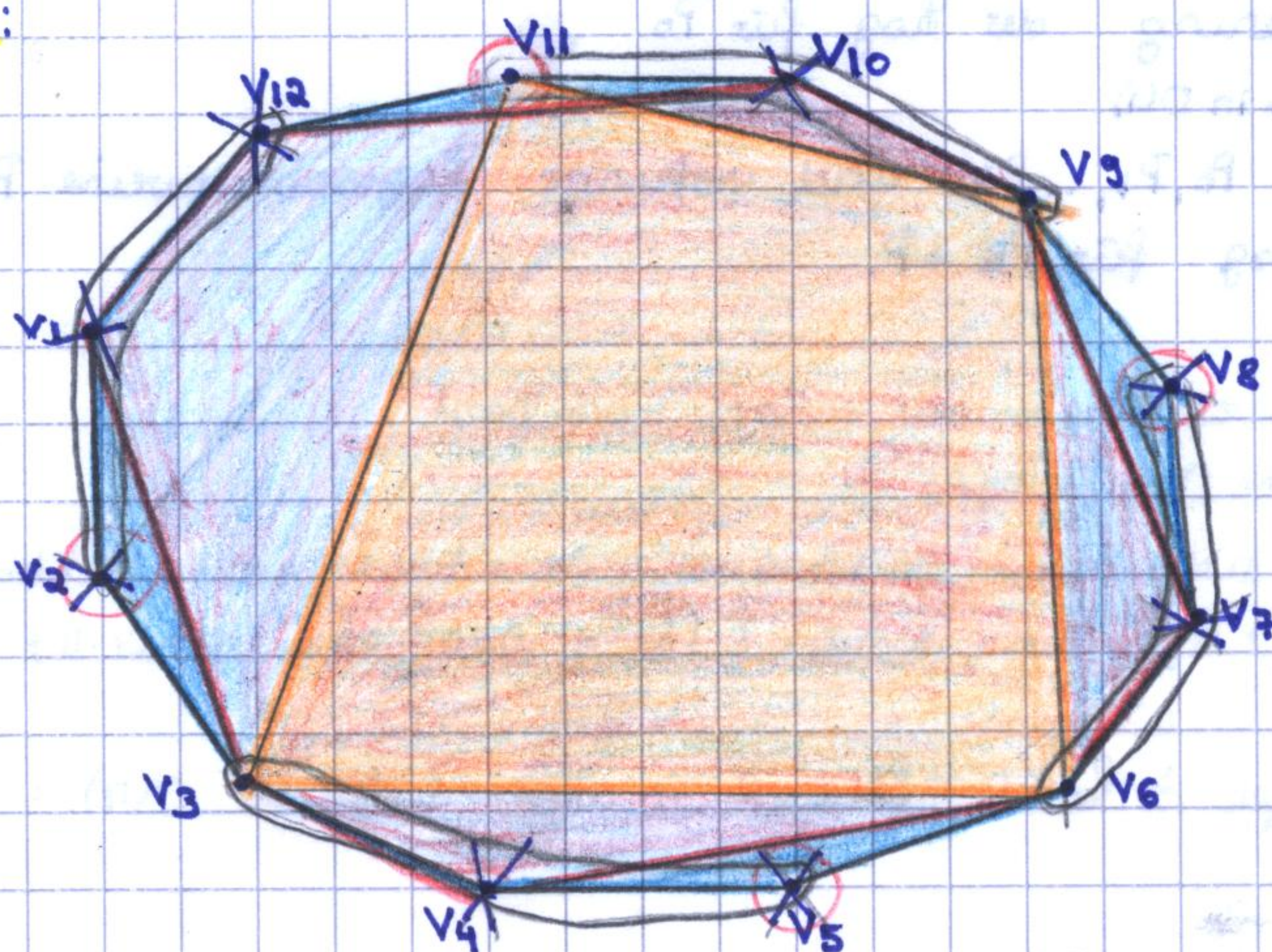
2.1.5. Bemerkung:  $P_{i-1}$  entsteht also aus  $P_i$  durch Entfernen einiger Ecken.

- von jeweils drei aufeinanderfolgenden Ecken von  $P_i$  wird mindestens eine entfernt.
- es werden nie vier aufeinanderfolgende entfernt.

2.1.6. Eigenschaften:

- 1) Beim Übergang von  $P_{i+1} \rightarrow P_i$  verlieren wir mindestens einen konstanten Bruchteil der Ecken ( $1/3$ )
- 2)  $P_{i+1}$  ist ähnlich zu  $P_i$ , da wir nie mehr als drei aufeinanderfolgende Ecken entfernen.

2.1.7. Beispiel:



Blau:  $P_0$ ,  $|P_0| = 12$

rot:  $P_{k-1}$ : es wurden möglichst wenig Ecken entfernt.

$|P_{k-1}| = 8$

$P_k \rightarrow P_{k-1}$  werden  $\frac{1}{3} \cdot |P_k| = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$  entfernt!

orange:  $P_{k-1}$ : es wurden möglichst viele Ecken entfernt.

$|P_{k-1}| = 4$

$P_k \rightarrow P_{k-1}$  wurden 8 Ecken entfernt!