34.2.10. Spezialfälle:

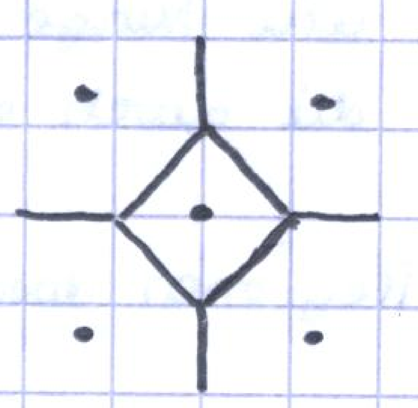
1) "normales" Voronoi-Diagramm: $VD(S) = VD_1(S)$. [closest point VD]

2) VD_{n-1} [farthest point VD]

↳ Voronoi-Regionen sind hier Mengen von Pkten, die von einem Ort weitest entfernt sind als von allen anderen.

Ab jetzt: $VD(S) = VD_1(S)$

Typisches Bsp:



34.2.11. Lemma:

a) $\forall$ Orte $x \in S$ gilt: $VR(x)$ ist unbeschränkt $\Leftrightarrow$ x ist Ecke von $CH(S)$ oder auf dem Rand von $CH(S)$ (?)

b) Voronoi-Diagramm für n Orte hat:

$\leq 2n-4$ Knoten

$\leq 3n-6$ Kanten.

Beweis:

a) „$\Rightarrow$" sei $VR(x)$ unbeschränkt.

z.z. x ist Ecke von $CH(S)$ oder auf Rand von $CH(S)$

Ann.: nein.

$VR(x)$ konv u. unbeschr n. V. $\Rightarrow \exists$ Strahl s, der in x startet und ganz in dieser Region $VR(x)$ verläuft.

hier notwendig, dass x nicht auf Kante! ⟶ Ann $\Rightarrow$ x im Inneren von $CH(S)$

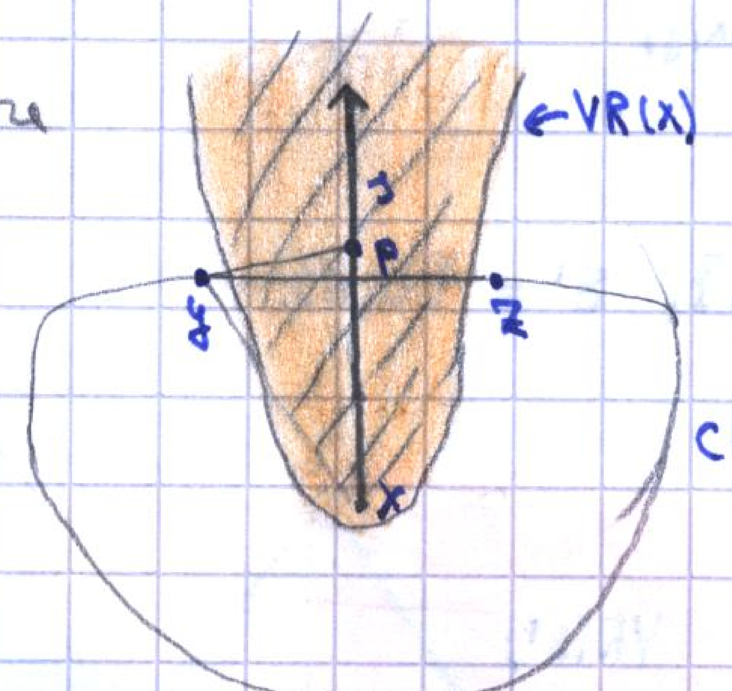
S endlich $\Rightarrow$ Strahl s schneidet den Rand von $CH(S)$ in einer Kante (y,z) oder in Pkt $z=y$. (da $CH(S)$ auch dann endlich)

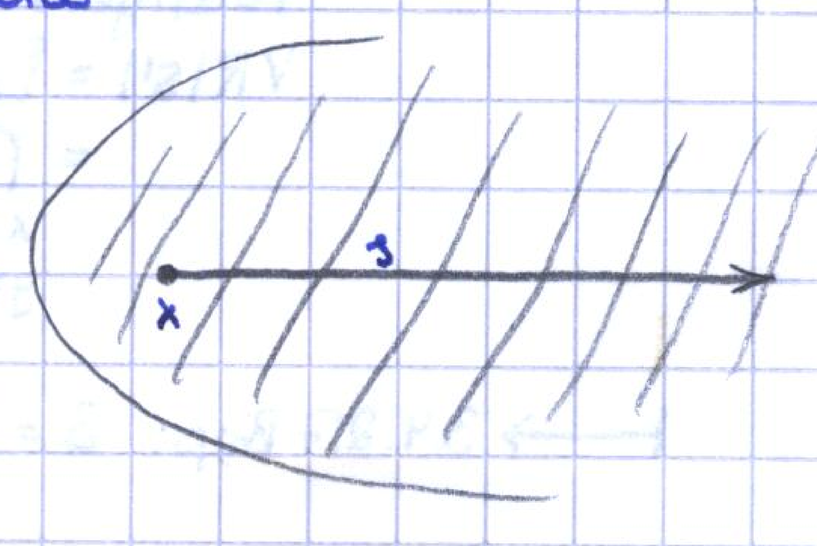
$\exists p \in s$ (genügend weit entfernt von x), der näher zu y oder z ist als zu x

$\Rightarrow$ ↯ zu $p \in VR(x)$

dh. ↯ zu: das orangene ist $VR(x)$

dh. ↯ zu $VR(x)$ ist unbeschränkt.





$\Rightarrow$ Beh

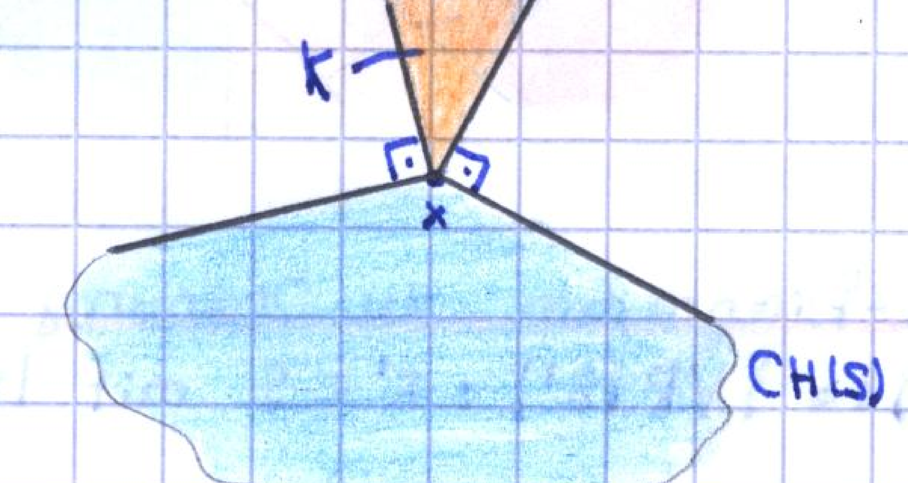
„$\Leftarrow$": Sei nun x Ecke von $CH(S)$.

Betrachte Kegel K zwischen den Senkrechten auf den zu x betrachteten Kanten.

Alle Pkte in K liegen näher zu x als zu allen anderen Orten. ✓

$\Rightarrow K \subseteq VR(x)$

$\Rightarrow VR(x)$ unbeschränkt (da K unbeschränkt)



Sei nun x auf dem Rand von $CH(S)$

Betrachte senkrechte Gerade die in x startet und hoch zeigt (wie Skizze)

Alle Pkte auf Gerade G liegen näher zu x als zu allen anderen Orten

$\Rightarrow G \subseteq VR(x)$

$\Rightarrow VR(x)$ unbeschränkt (da K unbeschränkt)