3.4.5.6. Triangulierungsmethode: Fragen & Antworten.

1) Frage: Wie konstruieren wir die Folge $S_1 .. S_R$?

→ Bem. $S_1 = G$.

Wollen einen konst. Bruchteil der Knoten entfernen.

Sei v ein non-boundary Knoten von G, und sei d sein Grad, dh. in G sind d Kanten inzident zu v.

2) Frage: Was passiert, wenn wir v aus G entfernen?

→ wenn wir v entfernen, entfernen wir auch die d inzidenten Kanten.

⇒ wenn wir v entfernen, dann auch die d Dreiecke. Die d Dreiecke werden durch ein einfaches Polygon ersetzt.

Sei q ein beliebiger Pkt im d-gon, das wir durch Entfernen von v erhalten. Dann können wir in Zeit $O(d)$ bestimmen, welches der d Dreiecke von G q enthält.

Um Eig. (5) zu erhalten, sollten wir Knoten vom kleinen Grad entfernen. Für die Eig. (4) sollten wir möglichst viele dieser Knoten (mit kleinem Grad) entfernen.

3) Frage: Ist es immer möglich viele Knoten mit kleinem Grad zu bestimmen?

3.4.5.7 Triangulierungsmethode: Def (unabh.):

Eine Teilmenge der Knotenmenge heißt unabhängig, wenn keine zwei Knoten durch eine Kante verbunden sind.

3.4.5.8 Lemma:

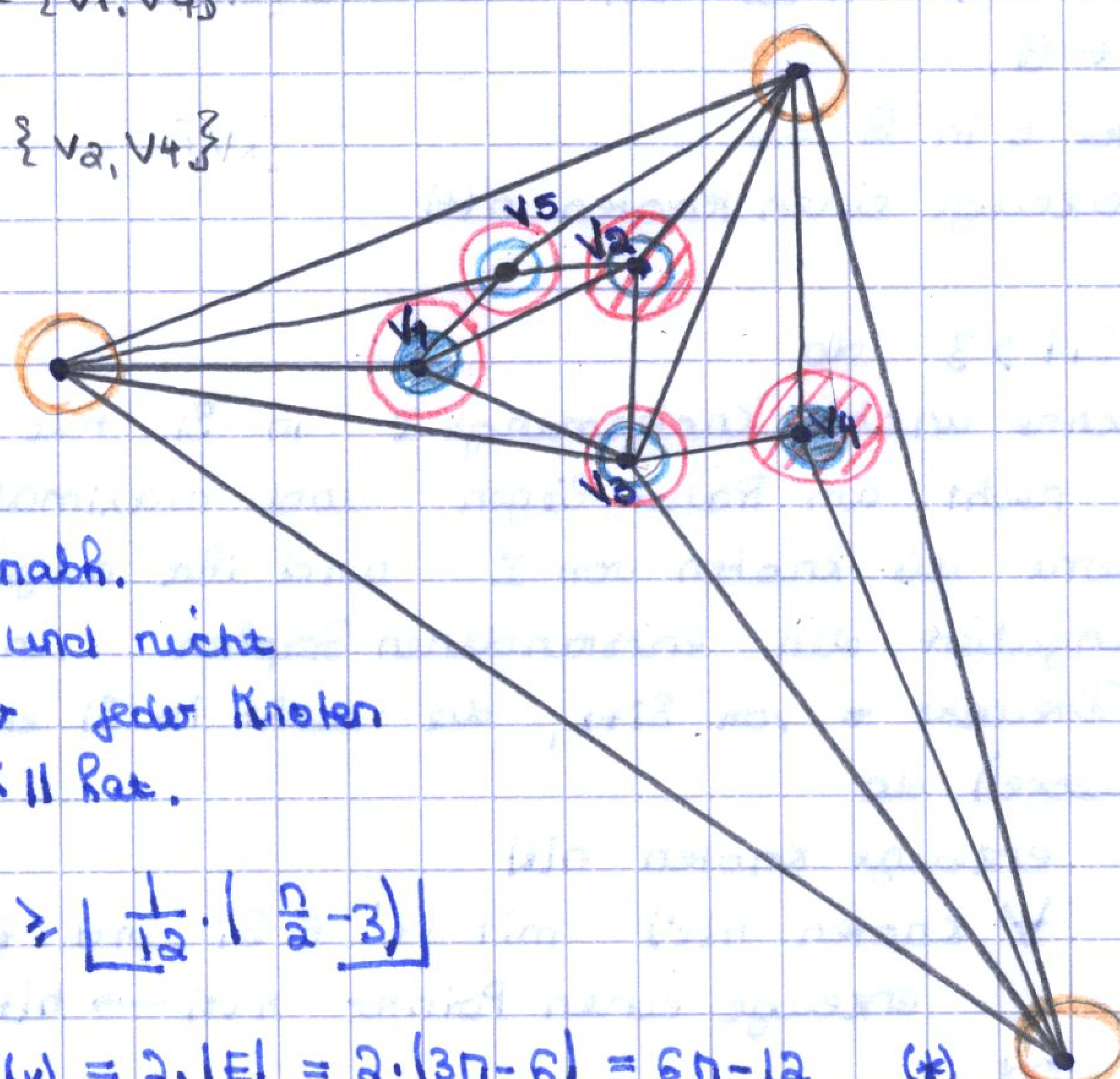
Der Graph G enthält eine unabhängige Knotenmenge I mit der Größe von mindestens $\lceil \frac{1}{12} (\frac{n}{2} - 3) \rceil$, so dass jeder Knoten aus I höchstens Grad 11 hat und jeder Knoten ein nicht Hüll-Knoten ist. So eine Menge I kann in Zeit $O(n)$ gefunden werden.

Beweis: Betrachte folgenden Grady-Alg:

1. markiere alle drei Hüllknoten.
2. $I \leftarrow \emptyset$
3. repeat
4. wähle einen Knoten v mit Grad ≤ 11, der nicht markiert ist
5. $I \leftarrow I \cup \{v\}$
6. markiere v und alle seine Nachbarn.
7. until es gibt keine unmarkierten Knoten mit Grad ≤ 11.

a) $\left.\begin{array}{l} I \leftarrow \{v_1\} \cup I \\ I \leftarrow \{v_4\} \cup I \end{array}\right\} \Rightarrow I = \{v_1, v_4\}$

b) $\left.\begin{array}{l} I \leftarrow \{v_4\} \cup I \\ I \leftarrow \{v_2\} \cup I \end{array}\right\} \Rightarrow I = \{v_2, v_4\}$



Klar:

- Alg. benötigt Zeit $O(n)$
- Er findet eine unabh. Knotenmenge I und nicht Hüllknoten, in der jeder Knoten höchstens Grad ≤ 11 hat.

Es bleibt z.z: $|I| \geq \lfloor \frac{1}{12} \cdot (\frac{n}{2} - 3) \rfloor$

Wissen: $\sum_{v \in V} \text{degree}(v) \underset{\text{allg.}}{=} 2 \cdot |E| \underset{\text{HÜ 2.1.}}{=} 2 \cdot (3n - 6) = 6n - 12$ (*)

→