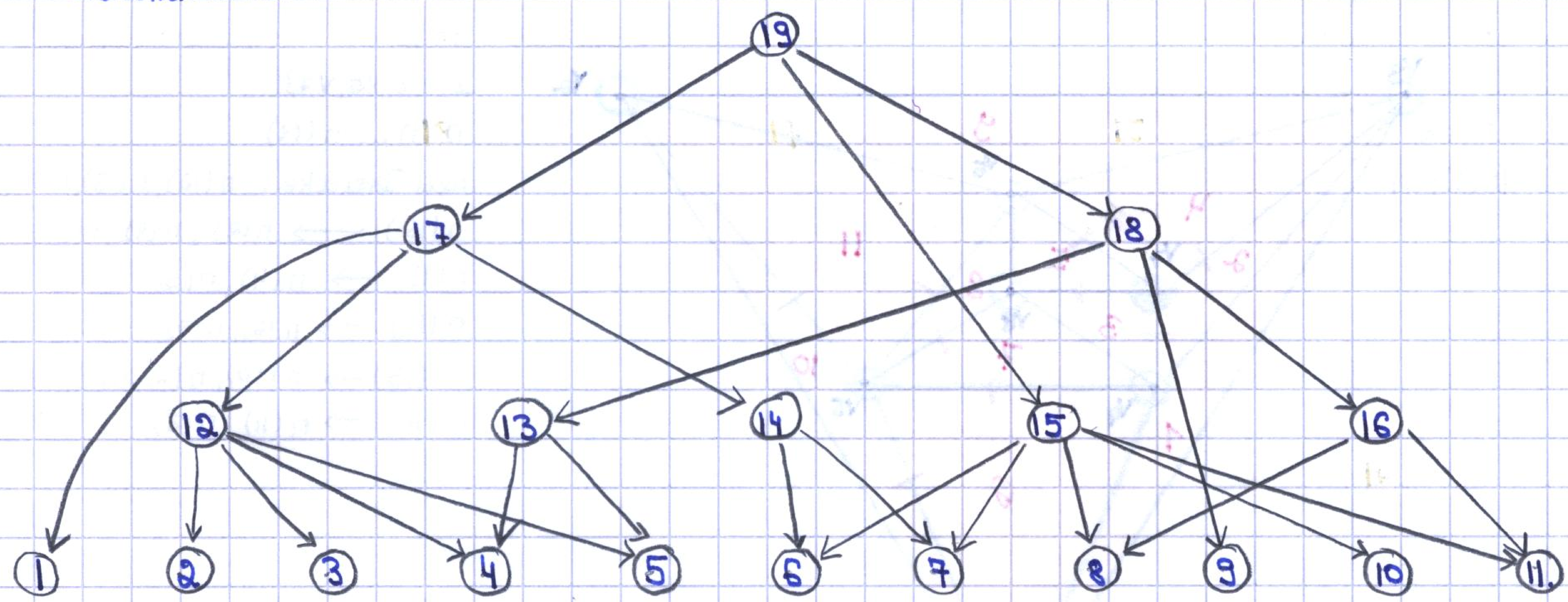
Datenstruktur D:



3.4.5.12 Zusammenfassung:

Planare Unterteilung G ist eine Triangulierung (bei dieser Methode).
(auch Rand ist Δ).

Ziel: Folge $S_1 .. S_k$ (mit $n_1 .. n_k$ Pkten)

✓ 1) $S_1 = G$

✓ 2) S_k besteht aus einem Δ $(n_k = 3)$

3) Lokalisierung von Frage-Pkt p in S_{i+1}
$\Rightarrow$ p kann in konstanter Zeit in S_i lokalisiert werden.

4) $S_1 .. S_k$ brauchen insgesamt Platz $O(n)$

5) n_{i+1} ist Bruchteil von n_i, d.h. $n_{i+1} \leq c \cdot n_i$ für konst $c < 1$
$\Rightarrow k = O(\log n)$.

Es gilt: $n_{i+1} < n_i \; \forall i$

$\Rightarrow n_{i+1} < c_i \cdot n_i$ für $c_i > \frac{n_{i+1}}{n_i}$

Ferner: $\frac{n_{i+1}}{n_i} < 1$ $\Rightarrow$ c_i wählbar als $\frac{n_{i+1}}{n_i} < c_i < 1$

Gilt $\forall i$ und alle $c_i < 1$

$\Rightarrow$ Wähle $c := c_k$ $\quad \left[n_3 < \underbrace{c_3}_{<1} \cdot n_2 < \underbrace{c_3}_{<1} \cdot \underbrace{c_2}_{<1} \cdot n_1 < c_3 \cdot n_1 \right]$

$$\Rightarrow n_{i+1} < c \cdot n_i$$

$$\Rightarrow 3 = n_k < c \cdot n_{k-1} < c^2 \cdot n_{k-2} < \ldots < c^{k-1} \cdot n_1 = c^{k-1} \cdot n$$

$$\Rightarrow n > \frac{3}{c^{k-1}}$$

$$\Rightarrow \log_2 n > \log_2 3 + \log_2 \left(\frac{1}{c}\right)^{k-1}$$

$$\Rightarrow \log_2 n > \frac{\ln 3}{\ln 2} + (k-1) \cdot (\underbrace{\log_2 1}_{=0} - \log_2 c)$$

$$\Rightarrow k-1 < \frac{\log n - \frac{\ln 3}{\ln 2}}{-\frac{\ln c}{\ln 2}} = \log n \cdot \left(-\frac{\ln c}{\ln 2}\right) + \frac{\ln 3}{\ln c}$$

$$\Rightarrow k < \underbrace{\underbrace{-\frac{\ln c}{\ln 2}}_{>0 \text{ weil } c<1}}_{\text{const}} \cdot \log n + \underbrace{\frac{\ln 3}{\ln c} + 1}_{\text{const}}$$

$\Rightarrow k \leq M \cdot \log n$ mit $M =$ konst

$\Rightarrow k = O(\log n)$.