4.2.10. Lemma:

1) falls A bzw. B frei ist $\Rightarrow \exists$ Bewegung von A nach A' bzw. von B nach B'.

2). $\exists$ Bewegung von A nach B $\Leftrightarrow \exists$ Bewegung von A' nach B', die nur Voronoi-Kanten besitzt.

Beweis:

1). Sei $VR(S)$ die Voronoi-Region, die A enthält

$\Rightarrow P_A \in S, \in S$

Seien A, B frei $\Rightarrow$ Freiheit $(A) \geq r \wedge$ Freiheit $(B) \geq r$

Freiheit $(A) := \min_{s \in S} |A - s|$, Freiheit $(B) := \min_{s \in S} |B - s|$

Es gilt: $r \leq$ Freiheit $(A) \leq$ Freiheit (p) $\forall p \in \overline{AA'}$

$\Rightarrow$ Es gibt eine legale Bewegung von R von A nach A'

weil Freiheit $(p) \geq r$ $\forall p \in \overline{AA'}$.

$B \to B'$ analog.

2) „$\Leftarrow$": $\exists$ Bewegung von A' nach B', die nur Voronoi-Kanten besitzt.

Beh folgt nach Teil 1). falls A und B frei sind.

„$\Rightarrow$": z.z. $\exists$ Bew von A' nach B', die nur Vor. K. besitzt.

Eine beliebige legale Bewegung von A nach B wird durch eine Kurve $C \subset \mathbb{R}^2$ definiert. (oBdA eine einfache Kurve).

$\forall p \in C$ ist p frei, dh. Freiheit $(p) \geq r$

Betr. Abb. $\vartheta : FP \to VD(S)$ bea: $C \subset FP$ $\big(D(\vartheta) = C\big)$

die durch Schritte 2 bis 3 des Algorithmus definiert ist.

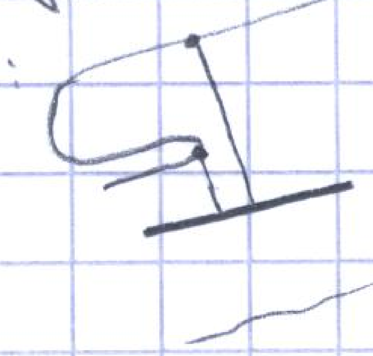
$\vartheta(p) = p'$. ϑ = Streckung $\circ$ projektion

Betr. Lots von p auf Segmente (mit min. Abstand)

Schnittpkt mit Vor. kante ist p'.

Bea: Jetzt wissen wir noch nicht, dass C auf Vor. kanten liegt, wollen genau das zeigen.

bea:



$\Rightarrow$ a). ϑ ist stetig

$\Rightarrow \vartheta(C)$ auch Kurve.

b) Freiheit $(\vartheta(p)) \geq$ Freiheit $(p) \geq r$

$\min_{s \in S} |\vartheta(p) - s| \geq \min_{s \in S} |p - s|$ weil wir immer den kl. Abstand nehmen.

p haben zuerst gesucht, $p \in C \Rightarrow$ Beh.

$\geq r$ auch klar da Bew. $\exists$.

$\Rightarrow \forall p \in C : \vartheta(p)$ ist frei und $\vartheta(p) \in VD(S)$ weil $W(\vartheta) = VD(S)$

$\Rightarrow \vartheta$ ist eine legale Bewegung

Bea: $\vartheta(A) = A' \wedge \vartheta(B) = B'$ nach Alg.

4.2.11. Laufzeit:

Schritt 1: $O(n \log n)$ durch Plane Sweep.

Schritt 2: $O(n)$ lin. Suche in S

Schritt 3: $O(n)$ lin Such auf $VD(S)$, $\overrightarrow{P_A A}$ berechnen $\to O(1)$, A' berechnen $\to O(1)$, e_1, e_2 aufteilen und Freiheit (e_1), Freiheit (e_2) berechnen $\to O(1)$

Überprüfen ob A' bzw B' Vor. Knoten $\to O(n)$, denn lin. Suche bei den gespeicherten Voronoiknoten.

Schritt 4: $O(n)$ Pfadsuche in $VD(S)$ (zB DFS)

Schritt 5: $O(n)$ Ausgabe des Pfades.

4.2.12. Satz: Bewegungsplanungsproblem für eine Kreisscheibe in einer Szene von n Liniensegmenten in der Ebene kann in Zeit $O(n \log n)$ und Platz $O(n)$ gelöst werden.

weil in einzelnen 5 Schritten immer Platz $O(n)$.

Beweis: s.o.