4.3.10.5 Bem.:

a). Es gibt nur Schnittsegmente zwischen Segmenten aus verschiedenen Karten.

b). Segmente werden an Schnittpkten gespalten ($\rightsquigarrow$ entweder ganz sichtbar oder ganz unsichtbar.)

c) Die Sichtbarkeitsinformation ändert sich nur bei Schnittpkten (wechselt von sichtbar zu unsichtbar oder umgekehrt).

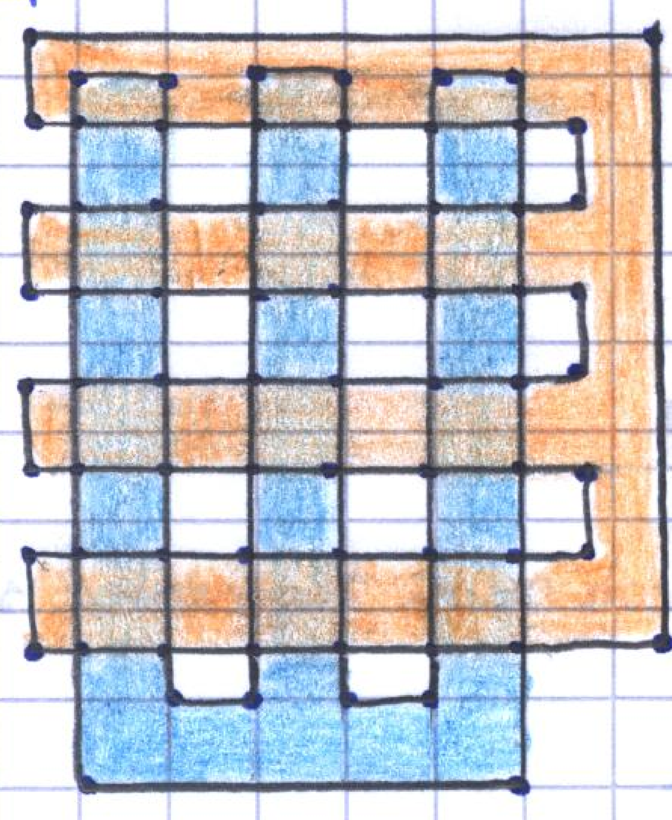
4.3.10.6. Lemma:

Zwei Konturen A und B mit insgesamt n Ecken können in Zeit $O((n+s)\log n)$ berechnet werden, wobei $s = \#$ Schnittpkten zw. Segmenten in A und B.

Beweis: siehe Segmentschnitt.

4.3.10.7 Bem.: Im Allg. ist $s = O(n^2)$ ...

4.3.10.8 Bsp.:



z.z.: $T(n) = O(n \log^2 n)$.

Indanf.: Beh. gelte für zB $\frac{n}{2}$

Indschritt: dann gilt sie auch für n!

$$T(n) \leq C_1 n \log n + 2T\left(\tfrac{n}{2}\right) \leq C_1 n \log n + 2 \cdot C_2 \tfrac{n}{2} \cdot \log^2\left(\tfrac{n}{2}\right) =$$
$$= C_1 n \log n + C_2 n (\log n - \log 2)^2 = C_1 n \log n + C_2 n (\log n - 1)^2 =$$
$$= C_1 n \log n + C_2 n \log^2 n - 2 C_2 n \log n + C_2 n =$$
$$= n \log^2 n \left[C_1 \cdot \frac{1}{\log n} + C_2 - \frac{2C_2}{\log n} + \frac{C_2}{\log^2 n} \right] =$$
$$= n \log^2 n \cdot \left[\underbrace{\frac{C_1 - 2C_2}{\log n}}_{\xrightarrow{n\to\infty} 0} + C_2 + \underbrace{\frac{C_2}{\log^2 n}}_{\xrightarrow{n\to\infty} 0} \right] \leq$$
$$\leq M \cdot n \log^2 n \quad \forall\, n \geq n_0$$

4.3.11. Analyse der Laufzeit:

4.3.11.1. Idee: Wir zeigen nun, dass bei unserer Anwendung $s = O(n)$

Dann kostet der Mischschritt $O(n \log n)$

Für die Gesamtlaufzeit $T(n)$: Übung 8.

$T(1) = 1$

$T(n) = O(n \log n) + 2 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) \Rightarrow T(n) = O(n \log^2 n)$

Um die $O(n)$ Schranke für s zu zeigen, verwenden wir die Tatsache, dass sich die Ränder von jeweils zwei aufgeblähten Hindernissen Q_i und Q_j in höchstens zwei Pkten schneiden.

Bew. Übung.

Wir betrachten ein etwas allgemeineres Problem:

Sei $\Gamma = \gamma_1 .. \gamma_m$ eine Menge einfacher geschlossener Kurven (= Jordankurven) mit $|\gamma_i \cap \gamma_j| \leq 2 \;\forall\, i \neq j$. dh. zwei Kurven schneiden sich höchstens zweimal.

4.3.11.2 Definitionen:

1) $Int(\gamma_i) :=$ Innere Regionen von γ_i
2) $K(\gamma_i) := Int(\gamma_i) \cup \gamma_i$ (also Abschluss)
3) $K(\Gamma) := \bigcup_{i=1}^{m} K(\gamma_i)$
4) $I(\Gamma) := \bigcup_{i \neq j} (\gamma_i \cap \gamma_j)$ (alle Schnittpkte)
5) $E(\Gamma) := I(\Gamma) \cap Rand(K(\Gamma))$
6) $\tau_1(\Gamma) := \#$ der redundanten Kurven in γ, wobei:
   γ_i heißt redundant, falls $\gamma_i \subset \bigcup_{i \neq j}^{m} K(\gamma_j)$, dh. γ_i wird komplett von anderen Kurvenflächen überdeckt. also $\Rightarrow E(\Gamma \setminus \{\gamma_i\}) = E(\Gamma)$
7) $\tau_2(\Gamma) := |\{(i,j) : i \neq j \wedge \gamma_i \cap \gamma_j \neq \emptyset\}|$
8) $\tau_3(\Gamma) := |\{(i,j,k) : i,j,k \text{ paarw. versch.}, K(\gamma_i) \cap K(\gamma_j) \cap K(\gamma_k) \neq \emptyset\}|$

$\rightarrow$ schreiben nun einfacher τ_i statt $\tau_i(\Gamma)$ für $i = 1,2,3$.