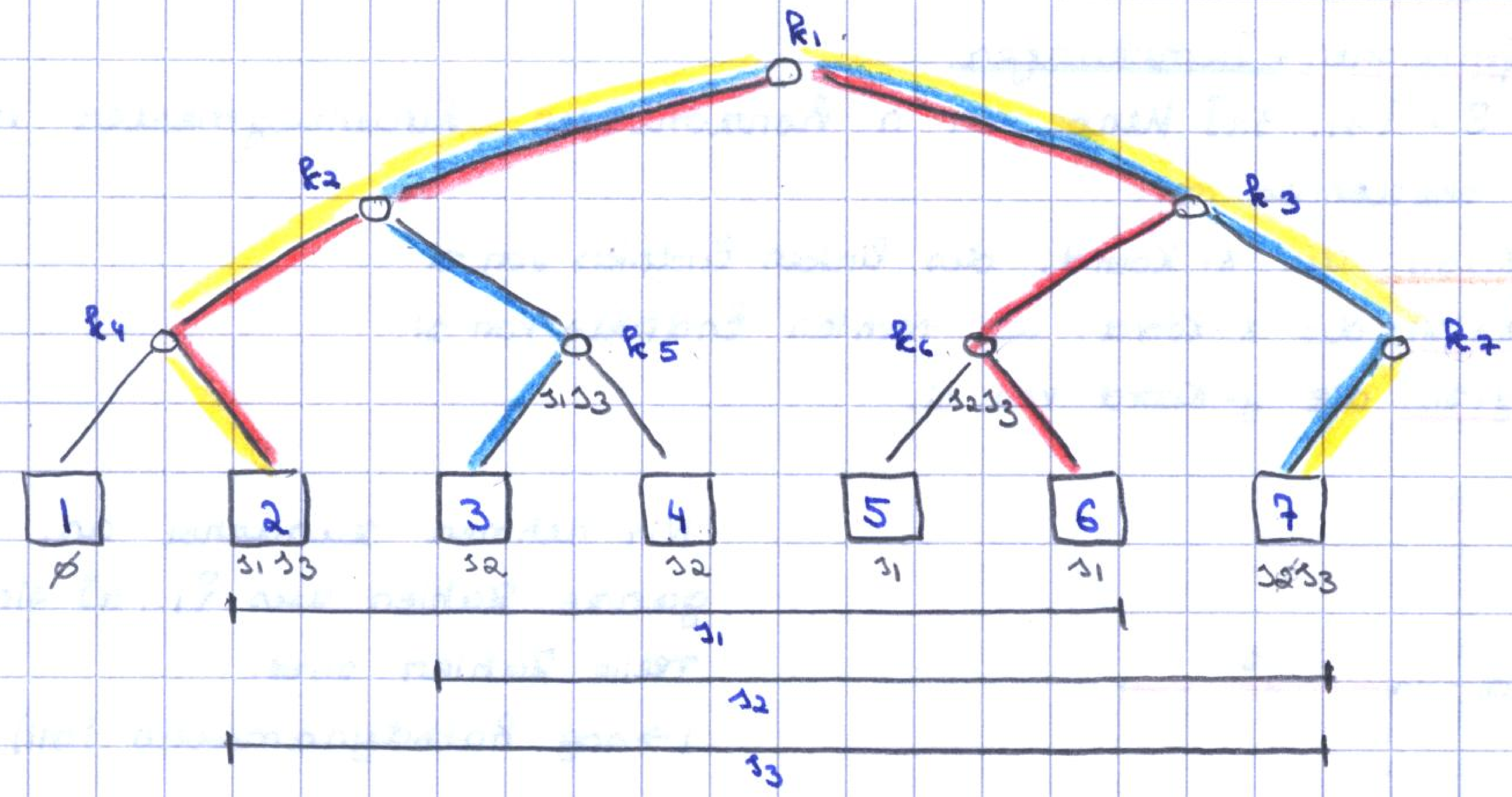
② $S = \{s_1, s_2, s_3\}$

$x_1(s_1) = 2, \; x_2(s_1) = 6$

$x_1(s_2) = 3, \; x_2(s_2) = 7$

$x_1(s_3) = 2, \; x_2(s_3) = 7.$



$P_1(s_1)$, $P_2(s_1)$, $P_1(s_2)$, $P_2(s_2)$, $P_1(s_3)$, $P_2(s_3)$

$C_1(s_1) = \{k_5, 2\}$
$C_2(s_1) = \{5, 6\}$
$C_1(s_2) = \{3, 4\}$
$C_2(s_2) = \{k_6, 7\}$
$C_1(s_3) = \{k_5, 2\}$
$C_2(s_3) = \{k_6, 7\}$

$NL(1) = \emptyset$
$NL(2) = \{s_1, s_3\}$
$NL(3) = \{s_2\}$
$NL(4) = \{s_2\}$
$NL(5) = \{s_1\}$
$NL(6) = \{s_1\}$

$NL(7) = \{s_2, s_3\}$
$NL(k_1) .. NL(k_4) = \emptyset$
$NL(k_5) = \{s_1, s_3\}$
$NL(k_6) = \{s_2, s_3\}$
$NL(k_7) = \emptyset$

5.1.3. Lemma:

1) $|C(s)| \leq 2 \cdot \log N \quad \forall s \in S.$
2) T hat Platzbedarf $O(N + n \cdot \log N)$
3) Einfügen eines Segmentes s kostet $O(\log N \cdot f(n))$, wobei $f(n)$ Kosten für Einfügen in Knotenliste der Länge n.
4) Streichen eines Segments s kostet $O(\log N \cdot g(n))$, wobei $g(n)$ Kosten für Streichen aus Knotenliste der Länge n.

Beweis:

1). Jeder Knoten $v \in C(s)$ ist Kind eines Knotens auf dem Suchpfad nach $x_1(s)$ bzw $x_2(s)$. im schlimmsten Fall: $|C_1(s)| = \log N = |C_2(s)| \Rightarrow |C(s)| \leq 2 \log N.$

2). Das Gerüst des Baums hat Platzbedarf $O(N)$ ← Großer Baum nur

1) ⇒ Jedes Segment ist in $O(\log N)$ Knotenlisten abgespeichert. denn s ist nur in den Knoten $v \in C(s)$ gespeichert

⇒ Platzbedarf: $O(N + n \cdot \log N)$. ← Ganzer Baum. $|C(s)| \leq 2 \log N \Rightarrow s$ ist in $O(\log N)$ Knoten gespeichert.

3)/4). s muß aus / in $O(\log N)$ Knotenlisten gestrichen / eingefügt werden.

$f(n) \hat{=}$ Kosten für ein Einfügen im kleinen Baum
Insgesamt in $\leq 2 \cdot \log N$ Bäume einfügen
} $2 \cdot \log N \cdot f(n)$ Kosten um s in alle kleinen (erforderlichen (gesamt $\leq 2 \log N$)) Bäume einzufügen

⇒ $O(\log N \cdot f(n))$

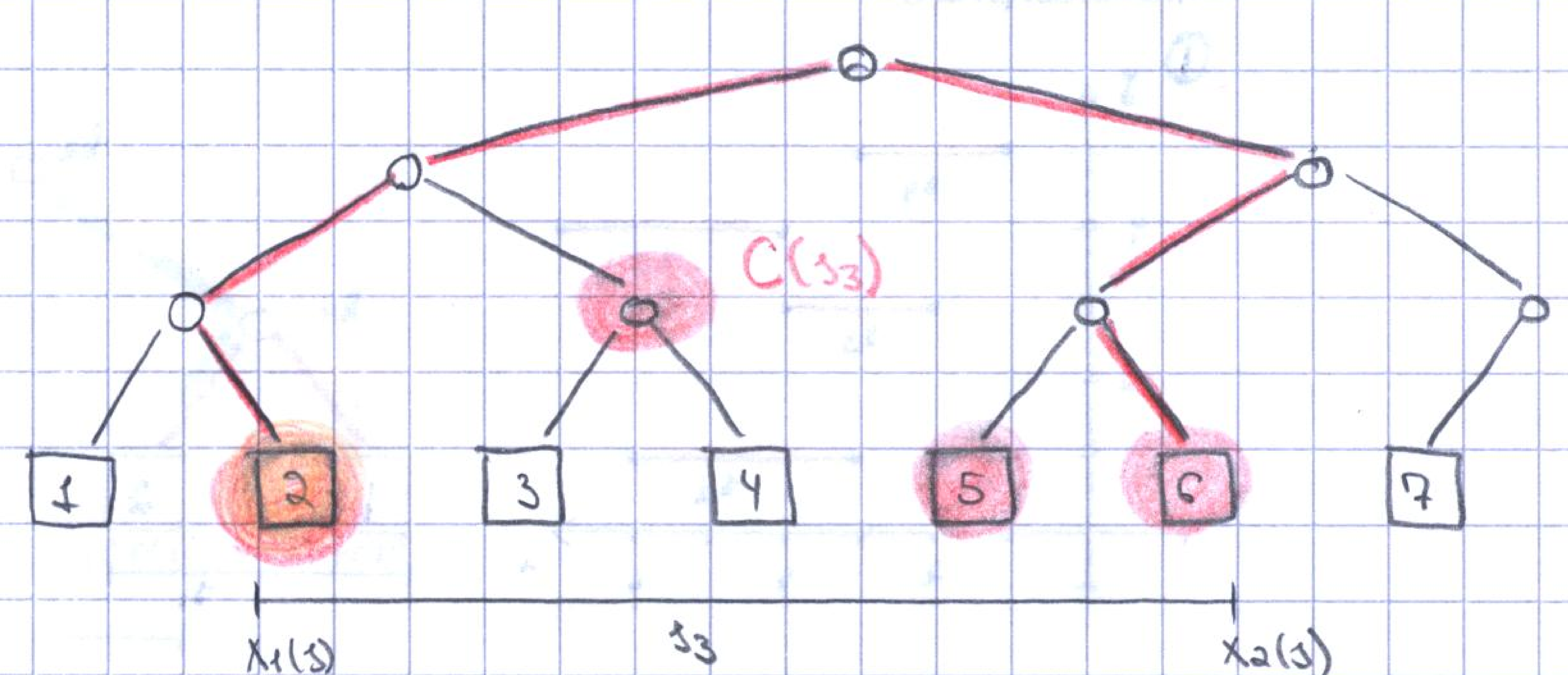
Für Streichen analog: $O(\log N \cdot g(n))$.

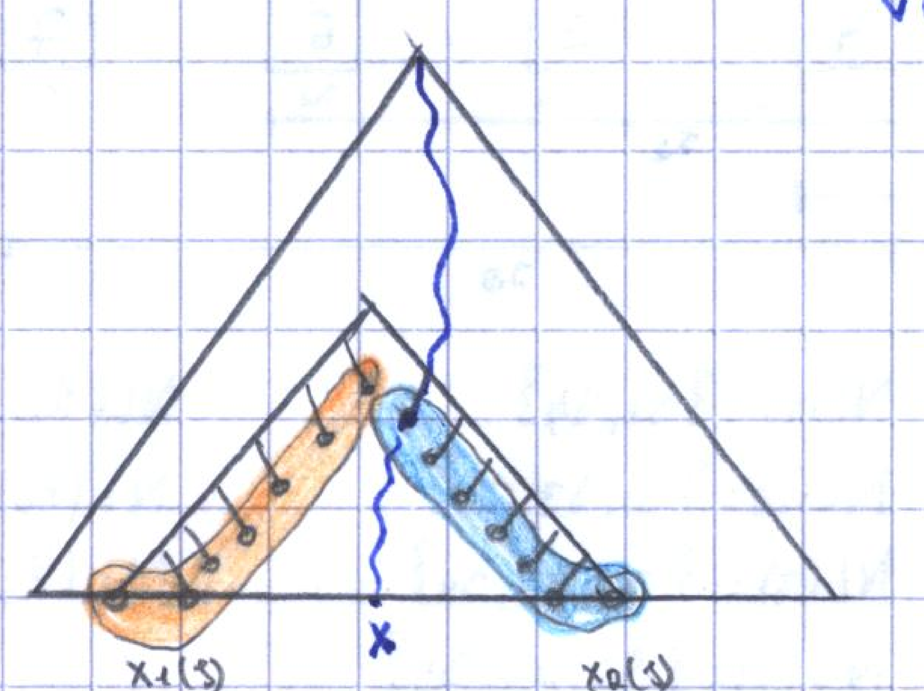
5.1.4. Suchen in Segmentbäumen:

Sei $x \in \mathbb{R}$ und P Suchpfad nach x

Dann gilt:

1) $|P \cap C(s)| \leq 1 \quad \forall s \in S$
2) $|P \cap C(s)| = 1 \quad x_1(s) \leq x \leq x_2(s)$
3) $\{s \in S : x_1(s) \leq x \leq x_2(s)\} = \bigcup_{v \in P} NL(v)$





Bem: Ein Pfad ist eindeutig bestimmt
$\forall s \in S$ gilt: jedes x mit $x_1(s) \leq x \leq x_2(s)$ liegt unterhalb $C(s)$ und der Pfad von der Wurzel bis zu x geht durch genau einen Knoten von $C(s)$. $\Rightarrow |P \cap C(s)| = 1$

falls $x > x_2(s)$ oder $x < x_1(s)$ so schneidet der Pfad von der Wurzel bis zu x keinen Knoten aus $C(s)$

$\Rightarrow |P \cap C(s)| = 0$