5.2.2.2. $d=2$.

Geg: $S \subset \mathbb{R}^2$ von n Pkten.

Ges: $\{q \in S : x_1 \le q_x \le x_2 \wedge y_1 \le q_y \le y_2\}$

Datenstruktur: blattorientierter Suchbaum, wobei Blätter verkettet.

Zunächst x-Koord. aus $\{1..N\}$. $\Rightarrow$ Gitterbaum.

Ein 2 dim. Range-Tree besteht aus einem Blattorientierten Suchbaum T für $\{1..N\}$. Jeder Knoten v speichert eine nach y-Koord. sortierte Folge $NL(v)$ (Knotenliste) von Pkten. Die Pkte aus S werden wie folgt in einen anfangs leeren Baum T eingefügt:

Sei $p \in S$ mit $p = (p_x, p_y)$, dann wird p in jede Knotenliste $NL(v)$ auf dem Suchpfad nach p_x gespeichert.

Hier auch: blattorientierte Suchbäume, aber keine Gitterbäume!

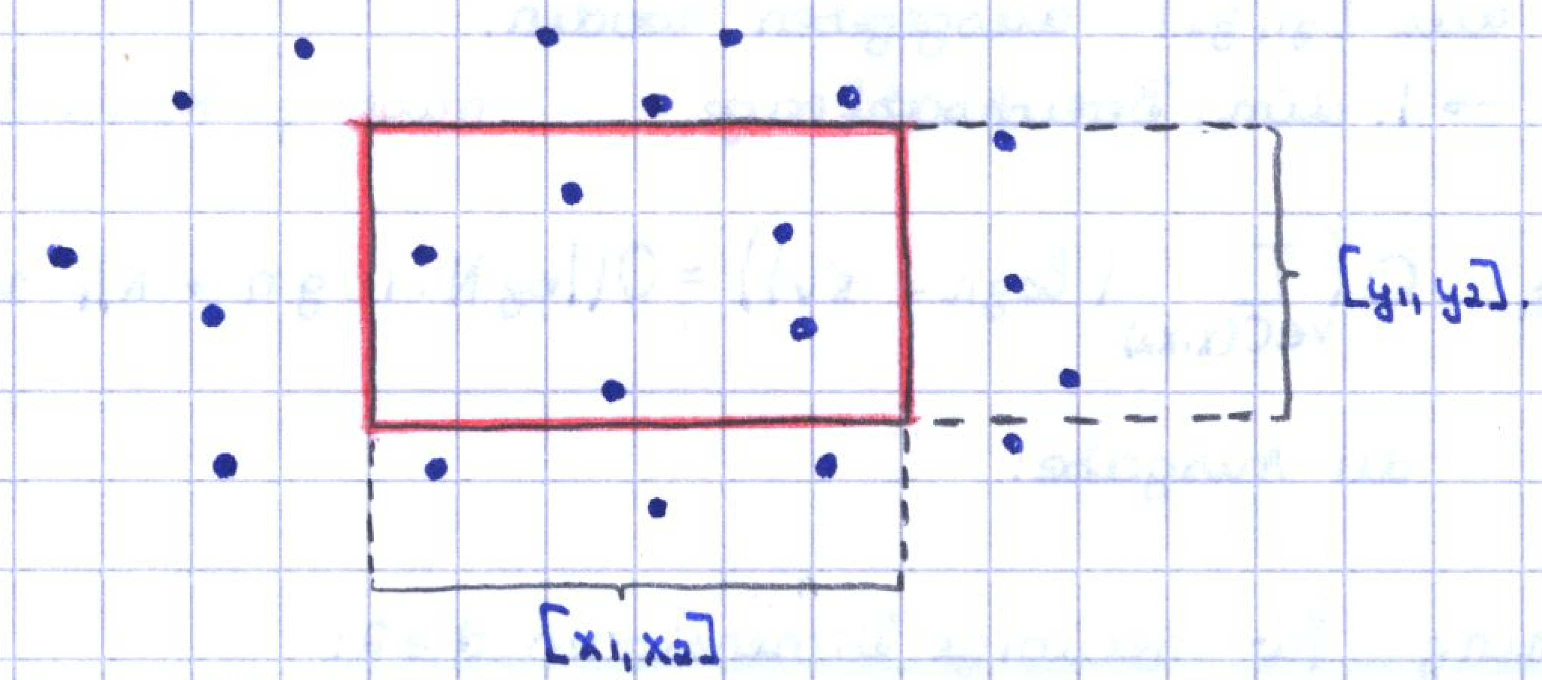
Jeder Pkt wird in $\log N$ Knoten gespeichert. $|S| = n \Rightarrow n \cdot \log N$.

Platz: $O(N + n \log N)$

Insert/Delete: $O(\log N \cdot \log n)$

jedes $NL(v)$ ist balancierter Baum (1. dim. Range Tree).

2-dim. Range Query:



gib alle Pkte $p \in S$ aus mit:

$x_1 \le p_x \le x_2 \wedge y_1 \le p_y \le y_2$

Vorgehen:

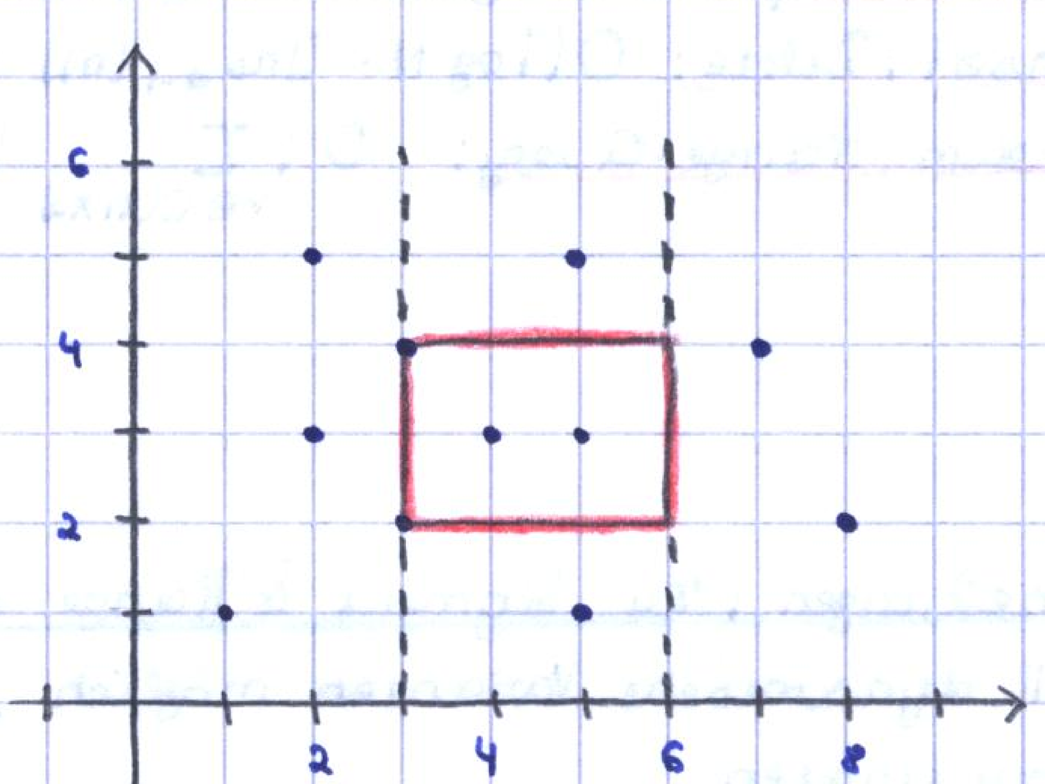
1.Schritt: Betrachte Pkte im unendlichen Streifen zw. x_1, x_2.

Beh: Die Knotenlisten $NL(v)$ mit $v \in C(x_1, x_2)$ enthalten genau die gesuchten Pkte.

Bsp. zu Veranschaulichung:

$S = \{\binom{1}{1}, \binom{2}{3}, \binom{2}{5}, \binom{3}{2}, \binom{3}{4}, \binom{4}{3}, \binom{5}{1}, \binom{5}{3}, \binom{5}{5}, \binom{7}{4}, \binom{8}{2}\}$.

$x_1 = 3,\ x_2 = 6,\ y_1 = 2,\ y_2 = 4$.



$k_1 = S$

$k_2 = \{\binom{1}{1}, \binom{2}{3}, \binom{2}{5}, \binom{3}{2}, \binom{3}{4} \binom{4}{3}$

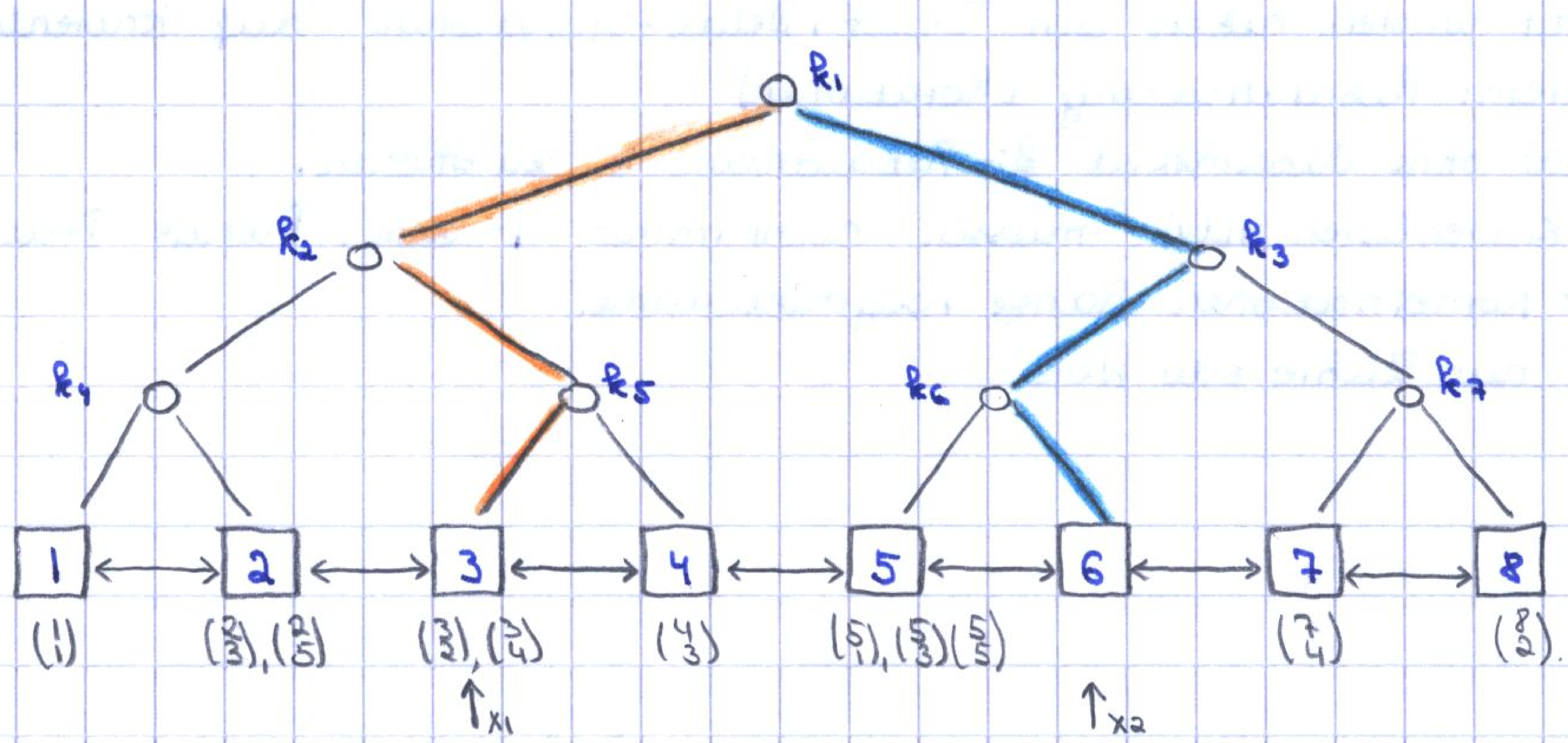
$k_3 = \{\binom{5}{1}, \binom{5}{3}, \binom{5}{5}, \binom{7}{4}, \binom{8}{2}\}$

$k_4 = \{\binom{1}{1}, \binom{2}{3}, \binom{2}{5}$

$k_5 = \{\binom{3}{2}, \binom{3}{4}, \binom{4}{3}$

$k_6 = \{\binom{5}{1} \binom{5}{3}, \binom{5}{5},$

$k_7 = \{\binom{7}{4}, \binom{8}{2}\}$



$C(x_1, x_2) = \{3, 4, 5, 6\}$

$\Rightarrow NL(3), NL(4), NL(5), NL(6)$ enthalten die gesuchten Pkte

$\Rightarrow \{\binom{3}{2}, \binom{3}{4}, \binom{4}{3}, \binom{5}{1}, \binom{5}{3}, \binom{5}{5}\}$