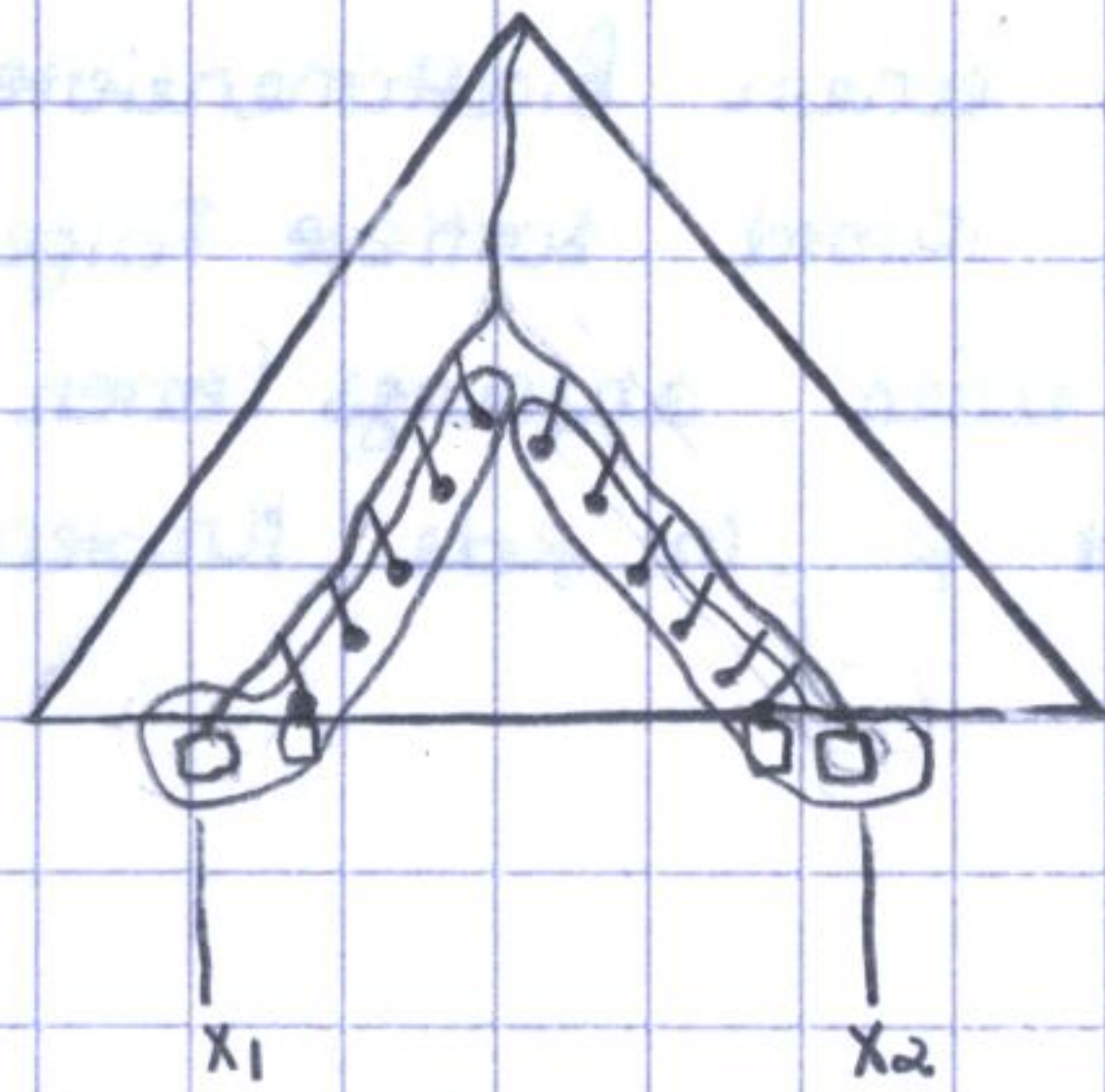


Begründung für die Behauptung:

Für beliebigen Knoten v enthält $NL(v)$ genau die Pkte, deren Suchpfad (nach x -Koord.) durch v geht, d.h. alle Pkte im Bereich der Blätter des Unterbaumes von v .



Die Bereiche der Knoten $v \in C(x_1, x_2)$ bilden eine Partition des Intervalls $[x_1, x_2]$.

2. Schritt: Zur Beantwortung der eigentlichen Bereichsabfrage müssen wir nun die Knotenlisten $NL(v) \forall v \in C(x_1, x_2)$ filtern, so dass nur Pkte mit y -Koord. aus $[y_1, y_2]$ ausgegeben werden.

→ 1. dim. Bereichsabfrage. nach y -Koord.!

⇒ Laufzeit: $O\left(\sum_{v \in C(x_1, x_2)} (\log n + K_v)\right) = O(\log N \cdot \log n + K)$, wobei $K := \sum_{v \in C(x_1, x_2)} K_v =$ Gesamtgröße der Ausgabe.

5.2.3 Verallgemeinerung für beliebige Dimensionen $d \geq 2$:

d -dim. Range-Tree besteht aus einem blattorientierten Suchbaum T für die erste Koordinate. Jeder Knoten v speichert $NL(v)$ als $(d-1)$ -dim. Range-Tree. (Bzgl. Koord. $2 \dots d$).

Jeder Pkt $p \in S$ wird in allen $NL(v)$ für v auf dem Suchpfad nach 1. Koord. von p gespeichert.

Zuerst: Jede Dimension hat Koord. $\{1 \dots N\}$ außer der letzten.

Platzbedarf: $O(\log N \cdot \text{Platz}_{d-1}(n) + N) = O(n \cdot \log^{d-1} N + N)$ ✓

Insert/Delete: $O(\log N \cdot \text{Ins}_{d-1}(n)) = O(\log^{d-1} N \cdot \log n)$

d -dim Range-Query: $O\left(\sum_{v \in C(x_1, x_2)} (\text{Query}_{d-1}(n) + K_v)\right) = O(\log^{d-1} N \cdot \log n + K)$ ✓

5.2.4 Bemerkungen (zu Segment & Range-Trees)

1). Voll dynamische Varianten möglich, d.h. kein Gitter $\{1 \dots N\}$ sondern beliebige, reelle Koordinaten.

Dazu: dynamischer Gerüstbaum T , d.h. beim Einfügen und Löschen von Pkten (Segmenten) muss eventuell Blatt (mit entsprechender x -Koordinate) in T eingefügt oder entfernt werden, neben den Insert/Delete-Operationen auf Knotenlisten.

Problem: Rebalancierung (Rotationen)

Lösbar ohne Gesamtzeit für Rebalancierung zu erhöhen.

2). Die Knotenlisten $NL(v)$ müssen nicht immer 1-dim. Range-Trees (Suchbäume) sein.

- Kombinationen Range / Segmentebäume.
- nur Zähler oder Werte