Kapitel VI: Drei-dimensionale konvexe Hüllen.

6.1. Einführung:

6.1.1. Problem:

Geg: Menge S von n Pkten im $\mathbb{R}^3$, $p \in S$, $p = (x, y, z)$ (kart. Koord.)

Ges: $CH(S)$ (= kleinste konvexe Menge, die S enthält).

Analog zum Gummiband-Modell: Gummi-Fläche

$\Rightarrow$ $CH(S)$ ist ein konvexes Polyeder.

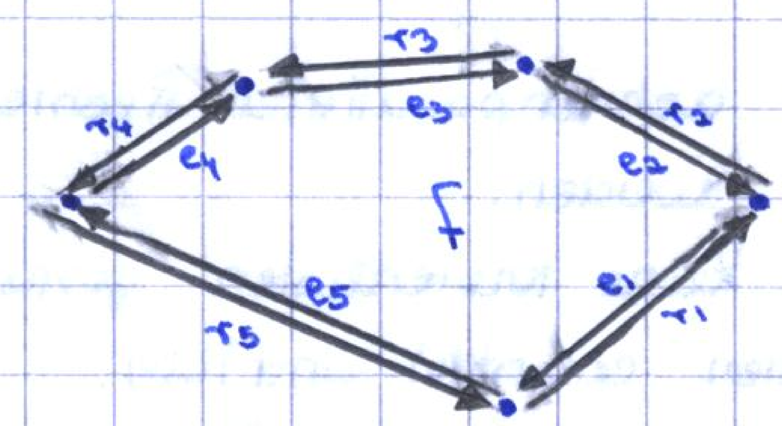
Ausgabe: Oberfläche des Polyeders.

- besteht aus Ecken, Kanten und Flächen (Euler-Formel)
- kann beschrieben werden durch einen planaren Graphen.

6.1.2. Darstellung des (planaren) Oberflächengraphen:

als zweifach gerichteten (bidirected) Graphen.

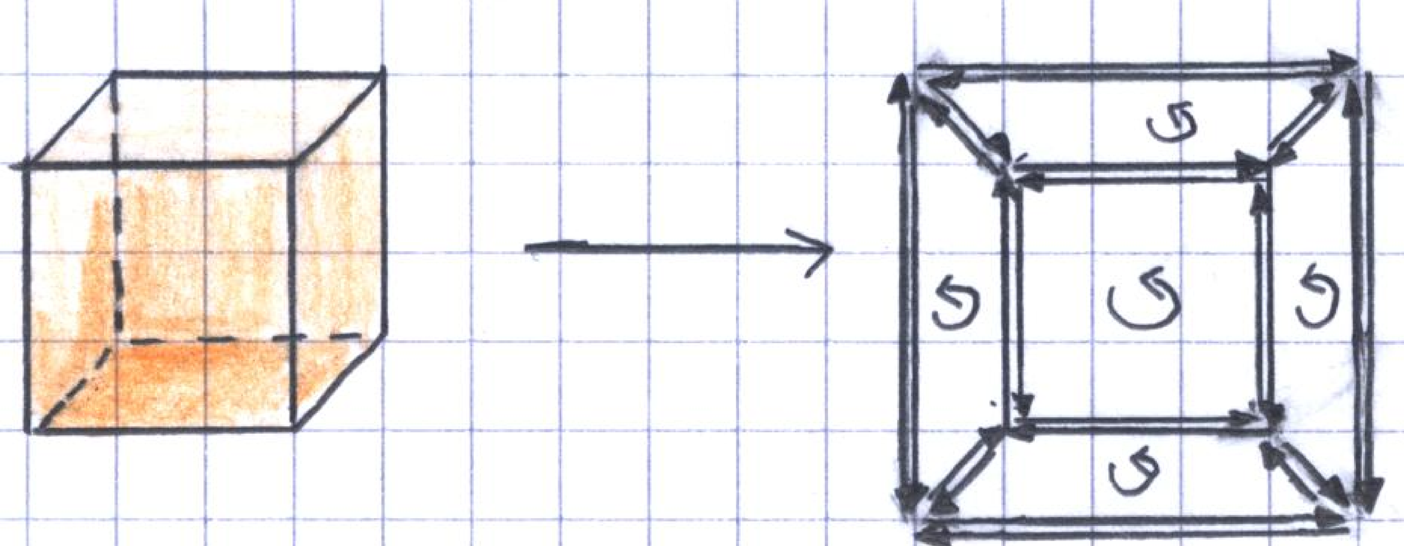
1. Für jeden Knoten (Ecke) v ordnen wir die ausgehenden Kanten gg. den Uhrzeigersinn (bei Ansicht von außen)
2. Jede Kante $e = (v, w)$ hat einen Verweis auf ihre Gegenkante $r = (w, v) =: rev(e)$
3. Die Flächen sind dann implizit definiert
   e_2 = Vorgänger ($rev(e_1)$) (in der Adjazenzliste)
   Das definiert einen Kantenzyklus für jede Fläche f.



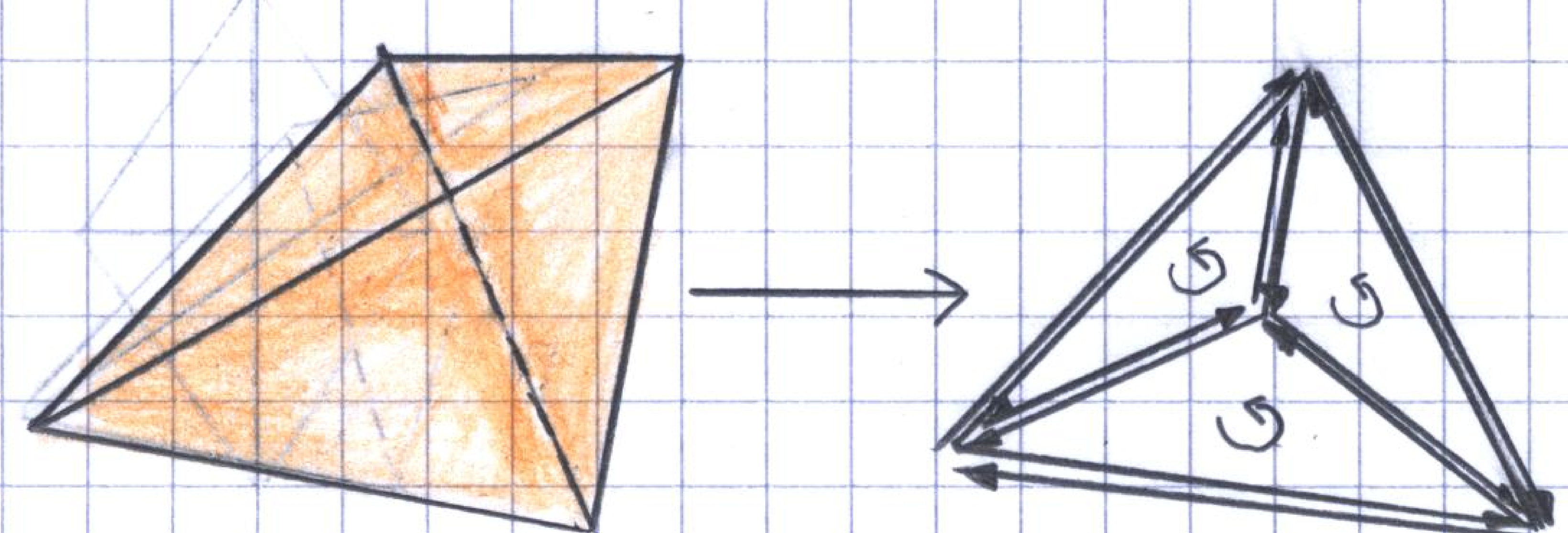
e_2 = G.face_cycle_source(e_1)
G.cyclic_pred(G.reversal(e_1))

4. In den CH-Algorithmen werden zunächst alle Flächen Dreiecke sein. Bei allg. eingebetteten planaren Graphen ist u.U. die äußere Fläche kein Dreieck.

6.1.3. Beispiel:



nach außen gegen den Uhrzeigersinn besser !!



6.1.4. Geometrische Prädikate:

Für $a, b, c, d \in \mathbb{R}^3$:

$$\underline{\text{orientation}(a,b,c,d)} := \operatorname{sign} \det \begin{pmatrix} a_x & a_y & a_z & 1 \\ b_x & b_y & b_z & 1 \\ c_x & c_y & c_z & 1 \\ d_x & d_y & d_z & 1 \end{pmatrix}$$

Diese Determinante heißt Spatprodukt.

= Vielfaches des Volumens (mit Vorzeichen) des Simplex (a,b,c,d)

d.h. orientation(a,b,c,d) sagt, auf welcher Seite der Ebene durch a,b,c (a,b,c nicht collinear) der Pkt d liegt.

$\rightarrow$