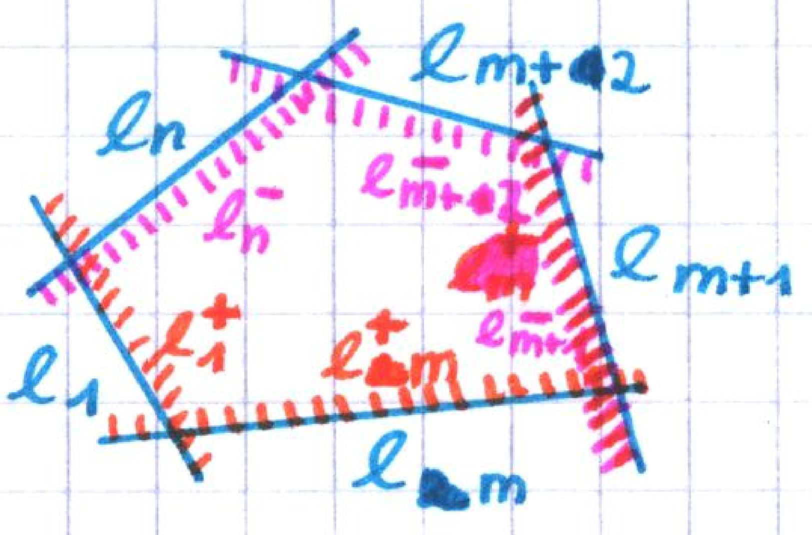
1.2.2 Dualitätsalgorithmus

Wir berechnen $S := \ell_1^+ \cap \dots \cap \ell_m^+ \cap \ell_{m+1}^- \cap \dots \cap \ell_n^-$



$S^+ := \bigcap_{i=1}^{m} \ell_i^+$

$S^- := \bigcap_{j=m+1}^{n} \ell_j^-$

Bei vertikalen Geraden: Rotiere Eingabe um ein ε

- Wir berechnen S^+ und S^- getrennt. S^- analog zu S^+
  S^+ ist ein nach oben unbeschrnktes konv. Polygon

- Definition:
  Eine Gerade ℓ_i, $1 \leq i \leq m$ heißt redundant, falls sie nicht zum Rand von S^+ beiträgt, dh. $\nexists$ Kante von S^+ auf ℓ_i.
  Evtl gibt es einen Pkt von S^+ auf ℓ_i, dies ist dann aber ein Eckpkt von S^+.

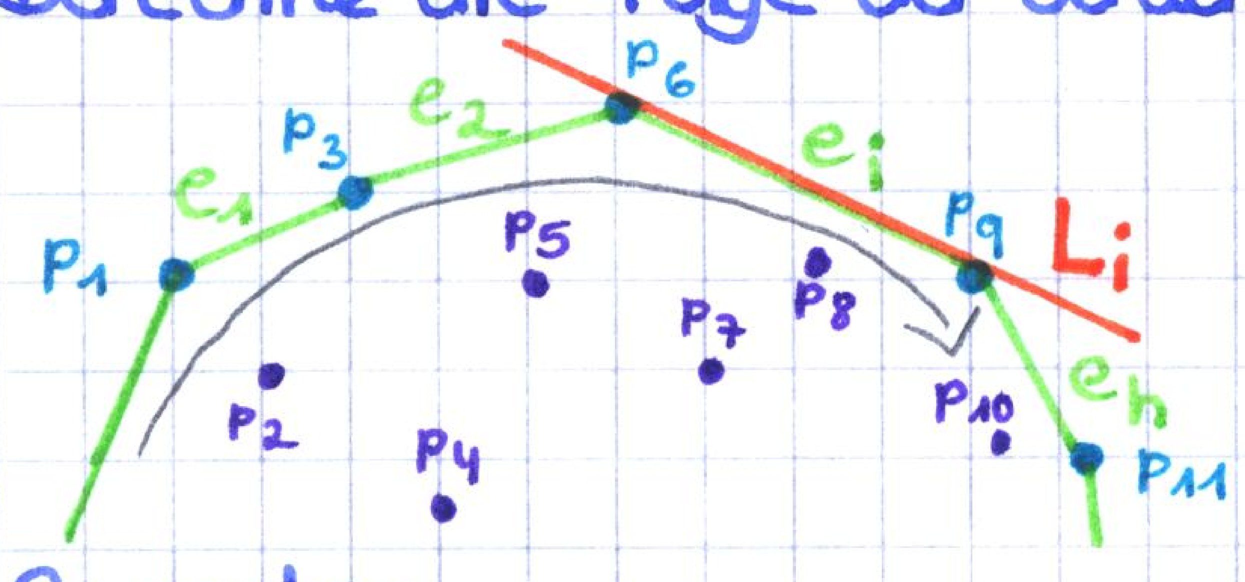
- Lemma 1:
  ℓ_i $1 \leq i \leq m$ redundant $\Leftrightarrow$ $D(\ell_i)$ ist keine Ecke der oberen konv Hülle von $\{D(\ell_1), \dots, D(\ell_m)\}$

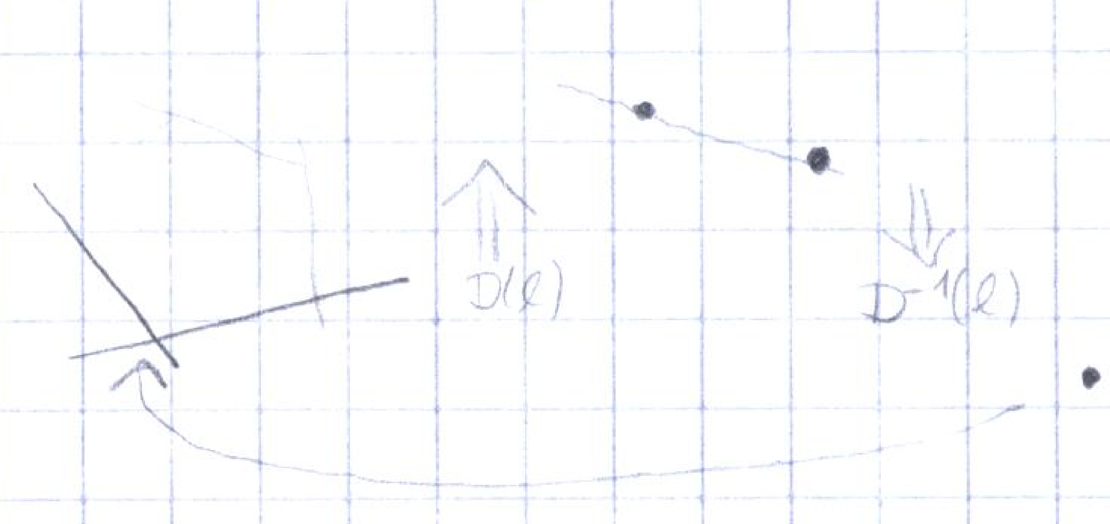
  Beweis:
  Anwendung von Lemma (*)

- Lemma 2:
  v ist Ecke von S^+ $\Leftrightarrow$ $D(v)$ enthält eine Kante der oberen konv Hülle von $\{D(\ell_1), \dots, D(\ell_m)\}$

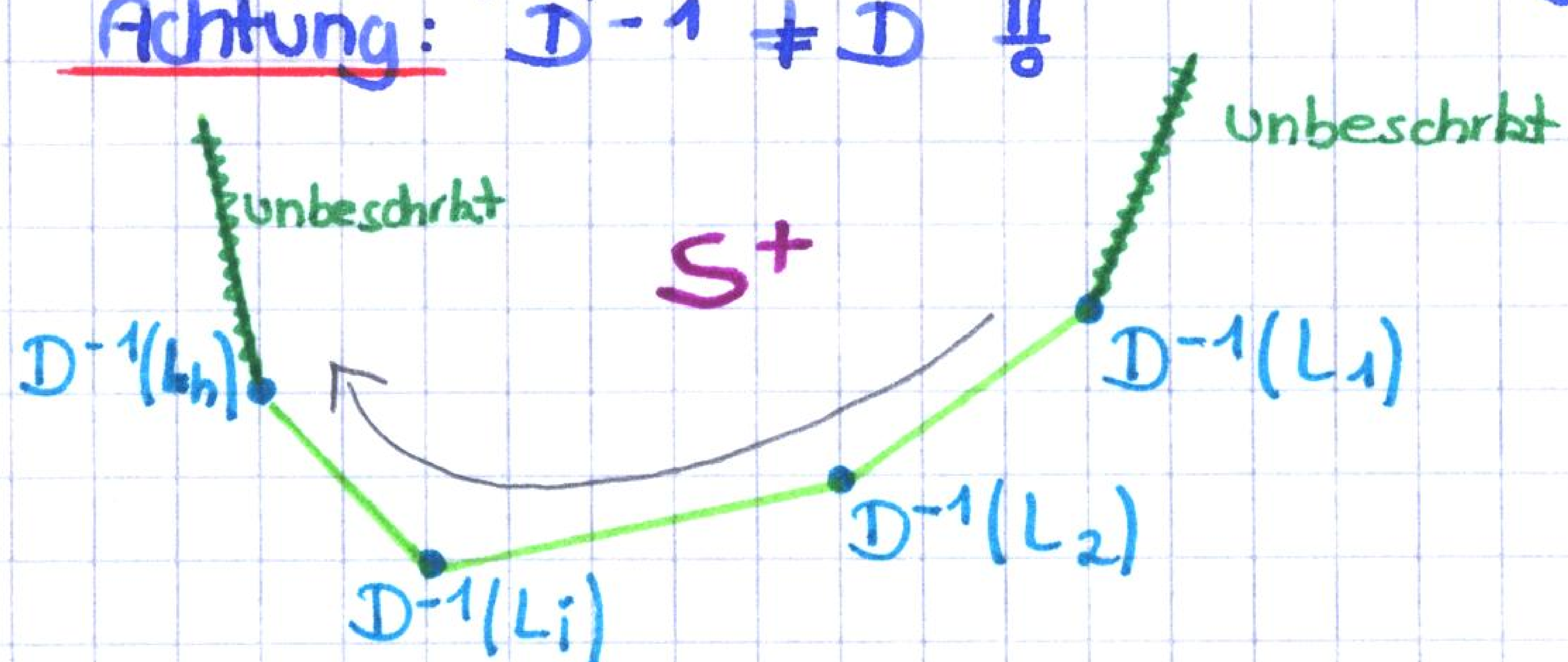
  Beweis: Äquivalenzbeweis
  Anwendung von Lemma (*) und Folgerung (**)

- Algorithmus zur Berechnung von S^+:
  - Berechne $p_i = D(\ell_i)$ $i = 1, \dots, m$
  - Berechne obere konv Hülle H von $\{p_1, \dots, p_m\}$ mit Graham's Scan
    Seien $e_1, \dots, e_h$ $h \leq m$ die Kanten von H von links nach rechts
  - Berechne die Folge der Geraden $L_1, \dots, L_h$ sodaß $e_i \subset L_i$ $1 \leq i \leq h$





  - Ausgabe:
    $D^{-1}(L_1), \dots, D^{-1}(L_h)$ = Eckenfolge von S^+
    Achtung: $D^{-1} \neq D$!!



- $L_1, \dots, L_h$ nach Steigung abst. sortiert
- Ecken von S^+ nach x-Koord abst. sortiert