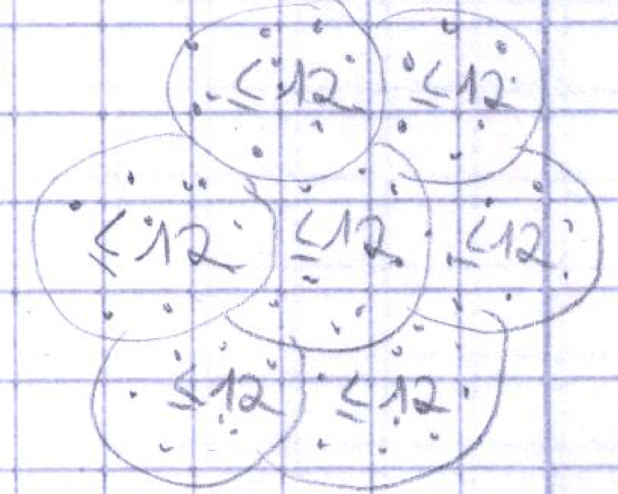
Es bleibt zu zeigen: $|J| \geq \lceil \frac{1}{12}(\frac{n}{2}-3) \rceil$

- Wir wissen: $\sum_{v \in V} \text{degree}(v) = 2 \cdot |E| = 2 \cdot (3n-6) = 6n - 12$ (*)
  ↑ Jede Triang hat $3n-3-h$ Kanten $h = \#$ Ecken von $CH(S)$ hier $=3$

  $\Rightarrow$ G besitzt mind $n/2$ Knoten vom Grad ≤ 11 (**)
  (Denn: Ann nicht, dann würde es mind $n/2$ Knoten mit Grad ≥ 12 geben
  $\Rightarrow \sum_{v \in V} \text{degree}(v) \geq 12 \cdot n/2 = 6n$ ↯ zu (*))

- Algorithmus startet mit Markierung der 3 Hüllknoten.
  In diesem Moment gibt es mind $n/2 - 3$ unmarkierte Knoten mit Grad ≤ 11 wegen (**)
  Dann wählt der Alg einen solchen Knoten aus und markiert ihn und seine höchstens 11 Nachbarn, in jeder Iteration werden also höchstens 12 Knoten markiert.
  Dies wird solange wiederholt bis es keine Knoten mit Grad ≤ 11 mehr gibt.
  $\Rightarrow \exists$ mind. $\lceil \frac{1}{12}(\frac{n}{2}-3) \rceil$ Iterationen und während jeder Iter. wird ein Knoten zu J hinzugefügt. □

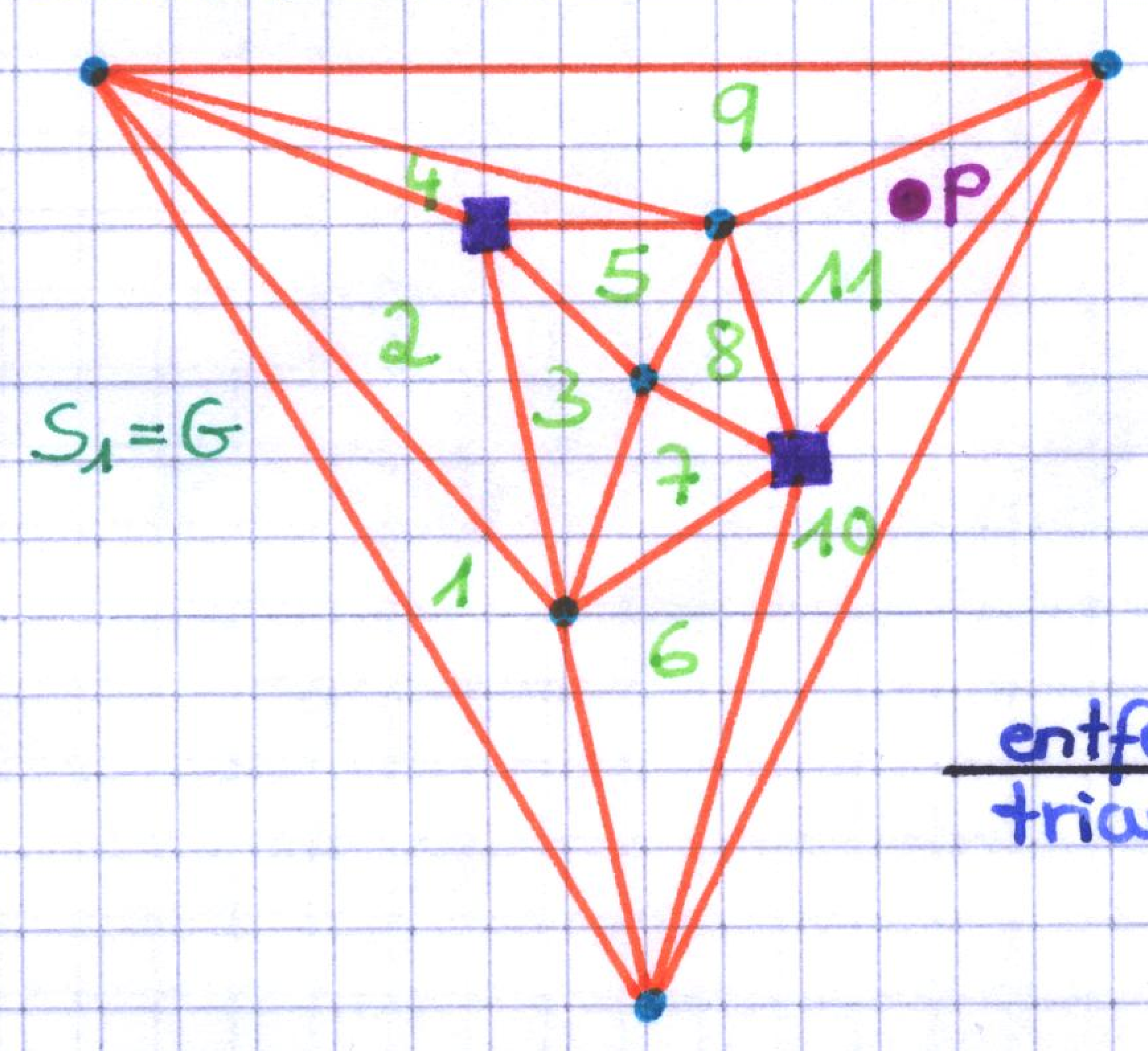


alle Pkte : 12 = 7 Iterationen

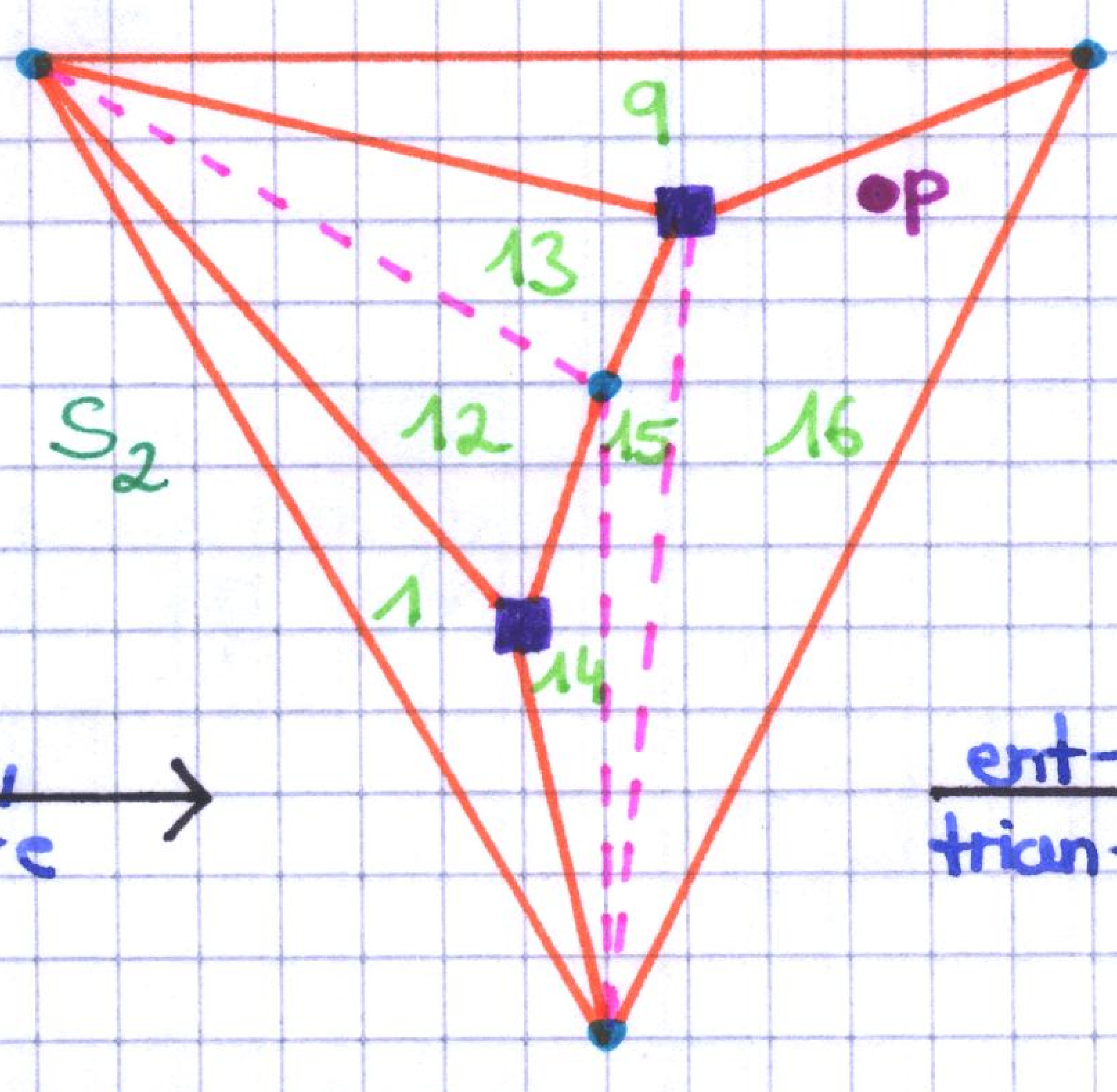
- **Lemma 2:**
  Sei J die unabhängige Knotenmenge von G die der Algorithmus aus dem Beweis von Lemma 1 berechnet.
  Sei G' der Graph der durch Entfernen von J aus G entsteht.
  Dann gilt:
  - Jede Fläche von G' ist ein einfaches Polygon bestehend aus maximal 11 Knoten.
  - Die äußeren Flächen von G und G' sind gleich (Dreiecke)

- **Algorithmus:**

```
i ← 1
S1 ← G
für alle Dreiecke t in G do
    erzeuge Knoten n(t)        Knoten n(t) speichert Dreieck t aus G
od
repeat
  • Berechne unabhängige Knotenmenge J in Si mit mind.
    ⌈1/12 (n/2-3)⌉ Knoten, die nicht am Rand liegen und maximal
    Grad 11 haben.
  • Entferne die Knoten von J und ihre angrenzenden Kanten aus Si
  • Trianguliere den entstandenen Graph und nenne ihn Si+1
  • Für alle Dreiecke t von Si+1 die nicht in Si sind do   ← also neue Dreiecke
      • erzeuge Knoten n(t)
      • Für alle Knoten n(t') mit t' ∈ Si und t' schneidet t do
            erzeuge einen Pointer n(t) → n(t')
        od
    od
  • i ← i+1
until |Si| = 3
```

- 

entferne J, trianguliere →



ent-
trian-