5. Geometrische Datenstrukturen

5.1 Der Segmentbaum

Geg.: Menge $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ von n horizontalen Liniensegmenten in der Ebene

- Bezeichnung:
  - $x_1(s_i)$: x-Koord des linken Endpkts von s_i
  - $x_2(s_i)$: ——— " ——— rechten ——— " ———
  - $y(s_i)$: y-Koord von s_i

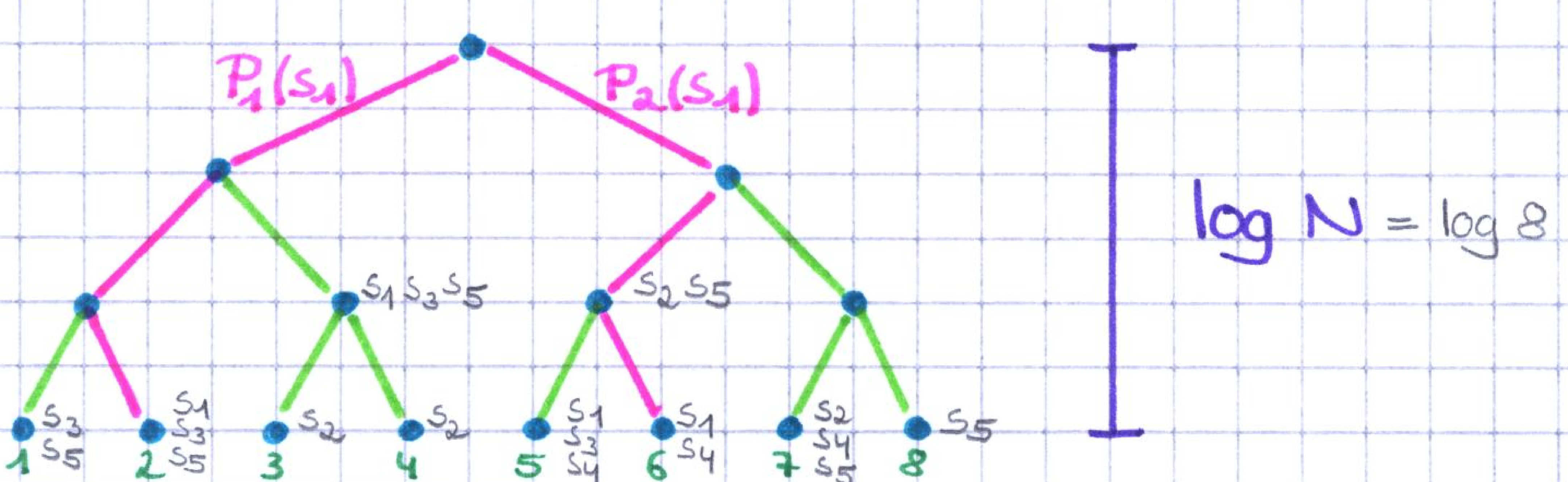
- Ann.:
  - Alle x-Koord sind ganze Zahlen aus $\{1, \dots, N\}$
  - Alle y-Koord sind bel reelle Zahlen

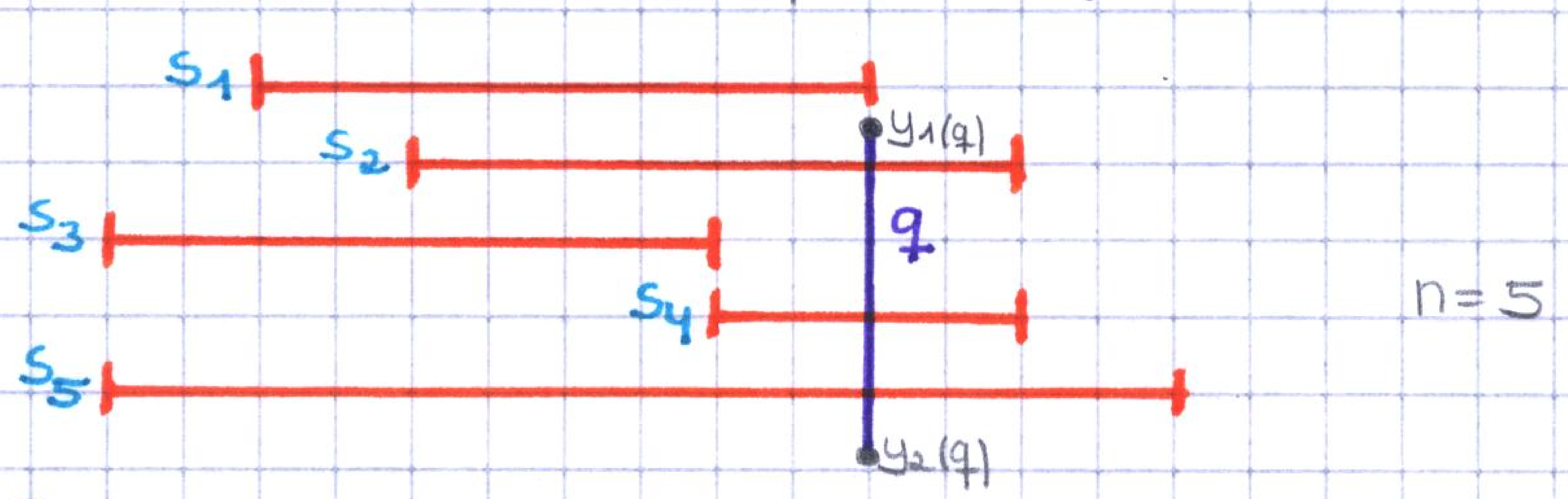
  $\Rightarrow$ halb-dynamischer Fall

- Definition:
  Ein Segmentbaum T zur Speicherung von S ist ein blattorientierter, binärer Suchbaum für die x-Koord der Höhe $\log N$. Jeder Knoten v enthält zusätzlich eine Liste $NL(v)$ von Segmenten die nach y-Koord sortiert sind. Sie heißt Knotenliste von v.

- Speicherung eines Segments $s \in S$:
  - $P_1(s) :=$ Suchpfad nach $x_1(s) \setminus$ Suchpfad nach $x_2(s)$
  - $P_2(s) :=$ ——— " ——— $x_2(s)$ ——— " ——— $x_1(s)$
  - $C_1(s) := \{v : v$ rechtes Kind eines Knotens $\neq$ dem 1. von $P_1(s)$ und $v \notin P_1(s)\} \cup \{v_1\}$
  - $C_2(s) := \{v : v$ linkes Kind eines Knotens $\neq$ dem 1. von $P_2(s)$ und $v \notin P_2(s)\} \cup \{v_2\}$
  - $C(s) := C_1(s) \cup C_2(s)$

  Dann wird $s \in S$ in allen Knotenlisten $NL(v)$ mit $v \in C(s)$ gespeichert.





- Lemma:
  1) $|C(s)| \leq 2 \cdot \log N \quad \forall s \in S$
  2) T hat Platzbedarf $O(N + n \cdot \log N)$ n: # Segmente N: größte x-Koord.
  3) Einfügen eines Segments kostet $O(\log N \cdot f(n))$
     $f(n)$: Kosten für Einfügen in Knotenliste der Länge n
  4) Streichen ——— " ——— $O(\log N \cdot g(n))$
     $g(n)$: ——— " ——— Streichen ——— " ———