Beobachtung:
Betr. bel Kreis im $\mathbb{R}^2$ durch 3 Pkte a,b,c.
Dann def. die gelifteten Pkte a',b',c' eine Ebene $E_{a'b'c'}$ im $\mathbb{R}^3$, die den Paraboloiden in einer Ellipse schneidet.
Es gilt:

- Alle Pkte auf dem Rand des Kreises werden auf den Rand der Ellipse abgebildet.
- Alle Pkte im Inneren des Kreises werden auf die positive Seite der Ebene $E_{a'b'c'}$ abgebildet. → orientation > 0
- Alle Pkte außerhalb des Kreises werden auf die negative Seite der Ebene $E_{a'b'c'}$ abgebildet. → orientation < 0

- Berechne die konv Hülle von $S' = \{p_1', \dots, p_n'\}$.
  - Alle Pkte aus S' sind Ecken der konv Hülle
  - Jede Fläche der Hülle entspricht einem Dreieck der DT von S
- Projiziere die Kanten der konv Hülle zurück in die Ebene (durch ignorieren der z-Koord)

? Laufzeit: $O(n \log n)$

6.4 2 Anwendungen von Dualität

Geg.: Menge $S = \{p_1, \dots, p_n\}$ von n Pktn im $\mathbb{R}^2$

6.4.1 Problem I:

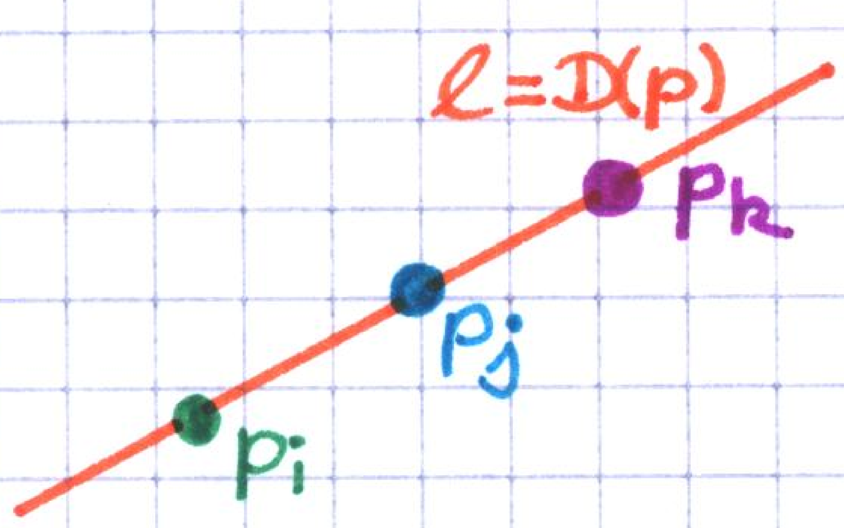
Liegen 3 Pkte auf einer Geraden?

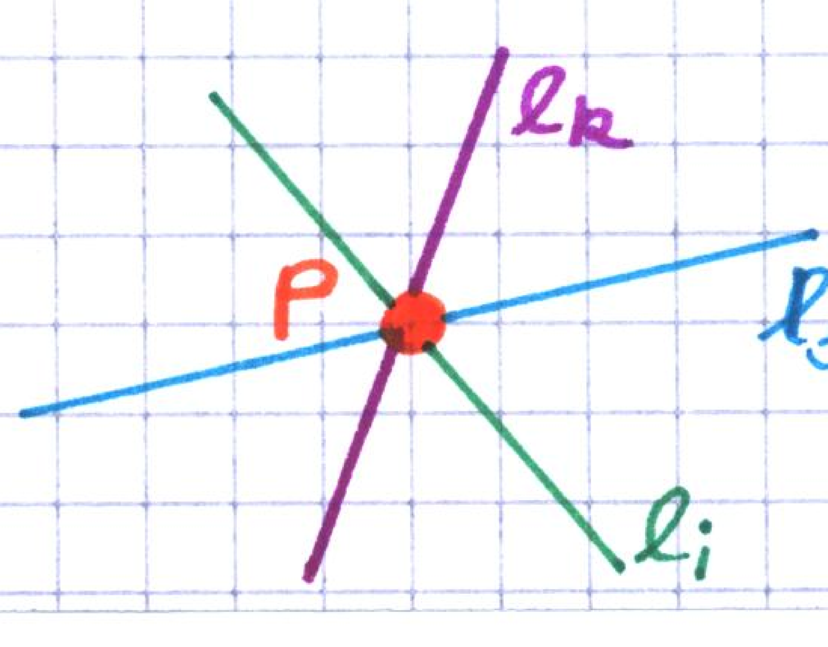
- Triviale Lsg:
  Teste $\forall$ Tripel $(a,b,c) \in S^3$ ob orientation $(a,b,c) = 0$
  $\Rightarrow$ Zeit $O(n^3)$ schlecht ‼

- 1. Verbesserung:
  - Betr alle Paare $(a,b) \in S^2$ mit $a \neq b$ und sortiere die entsprechenden Geraden $\overline{ab}$ nach ihrer Steigung
    → $\sum_{i}^{n} i$ Stück bzw $n \cdot (n-1)$ Stück
  - Durchsuche die sortierte Liste der Geradensteigungen nach 3-fach Vorkommen
    3 Geraden mit gleicher Steigung die alle einen Pkt gemeinsam haben
    $\Rightarrow$ Die definierenden Pkte liegen auf einer gemeinsamen Gerade
  - Laufzeit:
    - Sortieren: $O(n^2 \log n)$
    - Lineare Suche: $O(n^2)$

    insgesamt: $O(n^2 \log n)$

- 2. Verbesserung: Verwendung von Dualität:
  - Beobachtung:
    3 Pkte p_i, p_j, p_k colinear $\Leftrightarrow$ 3 Geraden l_i, l_j, l_k schneiden sich in einem Pkt





degree(p) = 6