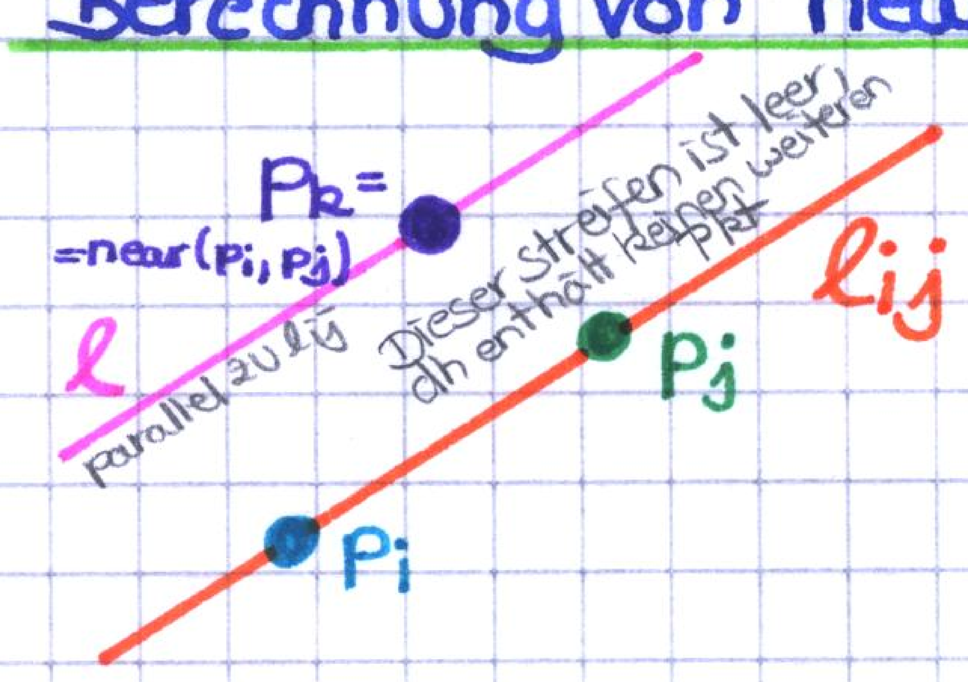
- Betr die n dualen Geraden $\ell_1, \dots, \ell_n$ mit $\ell_i = D(p_i)$ und die Zerlegung der Ebene durch diese Geraden.
  Es entsteht ein planarer Graph $G = (V, E)$ mit $|V| \leq n^2$
  (dh $\exists$ max n^2 Schnittpkte)
  $\Rightarrow |E| \leq 3n^2 - 6 = \mathcal{O}(n^2)$
- 3 Pkte in S sind colinear $\Leftrightarrow$ $\exists$ Knoten $v \in V$ mit:
  degree$(v) \geq$ ~~4~~ 6 Geraden haben keinen Anf-Pkt!?
  $\Rightarrow$ Teste alle Knoten in G in Zeit $\mathcal{O}(n^2)$
- Aufbau von G: Modifizierter Plane Sweep (Segmentschnitt)
  - Sweep startet bei $-\infty$

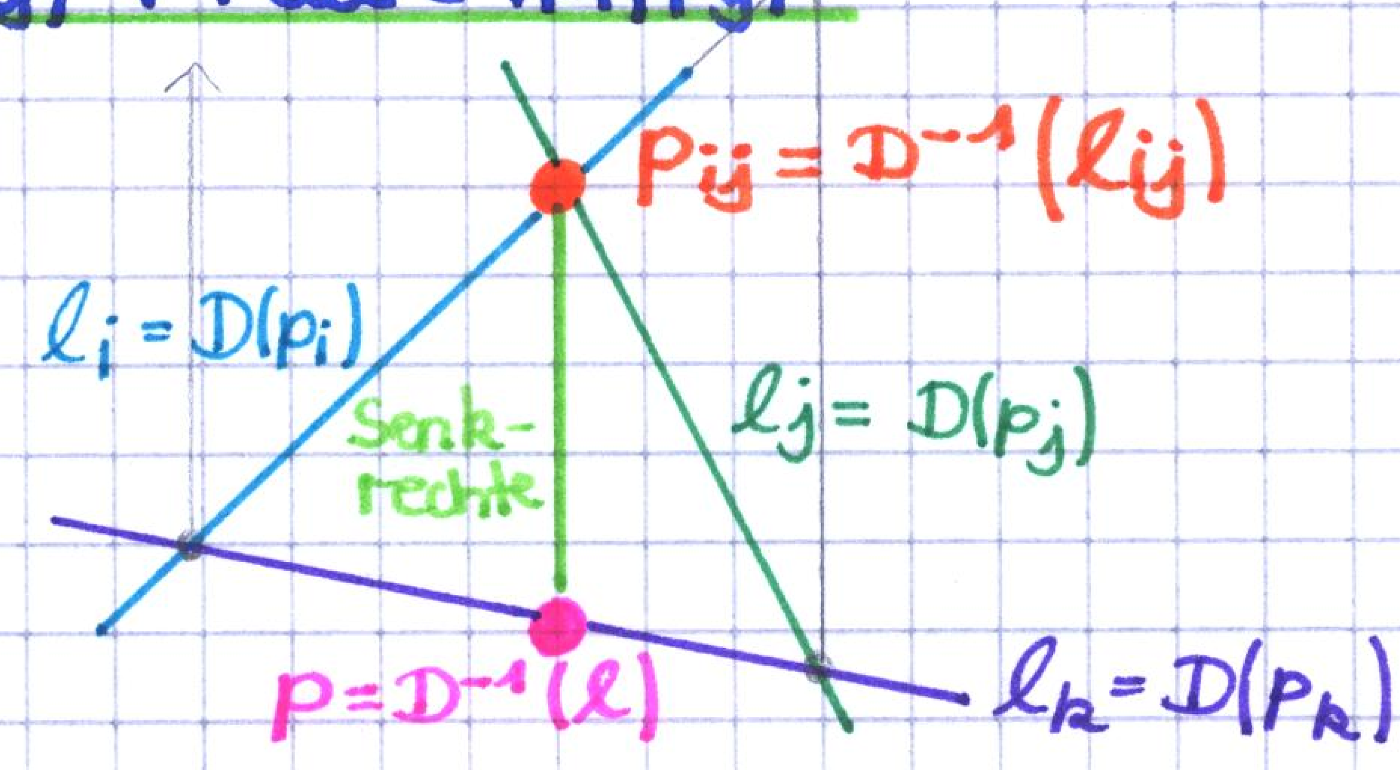
Laufzeit:
$\mathcal{O}(n^2 \log n)$ wobei $\log n \,\hat{=}$ Operationen auf X-Struktur
Selbe Laufzeit wie eben, also bisher noch keine Verbesserung
- Man kann G aber auch in Zeit $\mathcal{O}(n^2)$ berechnen (siehe 6.5.2)

$\Rightarrow$ Laufzeit:
insgesamt: $\mathcal{O}(n^2)$ überraschendes Ergebnis, da wir n^3 Kandidaten haben und in Zeit $\mathcal{O}(n^2)$ die Lsg finden!!

6.4.2 Problem II:
Finde 3 Pkte sodass die Fläche des Dreiecks minimal wird

- Triviale Lsg:
  Teste alle Dreiecke (Minimumssuche)
  $\Rightarrow$ Zeit $\mathcal{O}(n^3)$ schlecht!!
- Verbesserung: Verwendung von Dualität:
  - Betr $\forall$ Paare $(p_i, p_j) \in S^2$ mit $i \neq j$ die Gerade ℓ_{ij} die durch die beiden Pkte gegeben ist
  - Sei near$(p_i, p_j) :=$ Pkt in $S \setminus \{p_i, p_j\}$ mit min Abstand zu ℓ_{ij}
    $\Rightarrow$ Das Dreieck $(p_i, p_j, \text{near}(p_i, p_j))$ hat minimale Fläche unter allen Dreiecken $(p_i, p_j, \cdot)$
  - Berechnung von near(p_i, p_j) $\forall$ Paare (p_i, p_j):





Beob.:
- p und p_{ij} haben die gleiche x-Koord
- Die Strecke $\overline{p_{ij}, p}$ schneidet (außer am Rand) keine andere Gerade (da der Streifen zwischen ℓ_{ij} und ℓ leer ist).
- Verschiebe Gerade ℓ_{ij} parallel nach oben und unten bis nächster Pkt getroffen wird.
  Im Dualen:
  Verschiebe Pkt (Knoten) $p_{ij} = D^{-1}(\ell_{ij})$ senkrecht nach oben bzw unten, bis die nächste Gerade getroffen wird.