- **Korrektheit von Graham's Scan:**

Invariante ist immer erfüllt !!

- Am Anfang gilt: $S = q_m, q_1, q_2$ ✓
- Betrachte Iteration mit Pkt q_s:

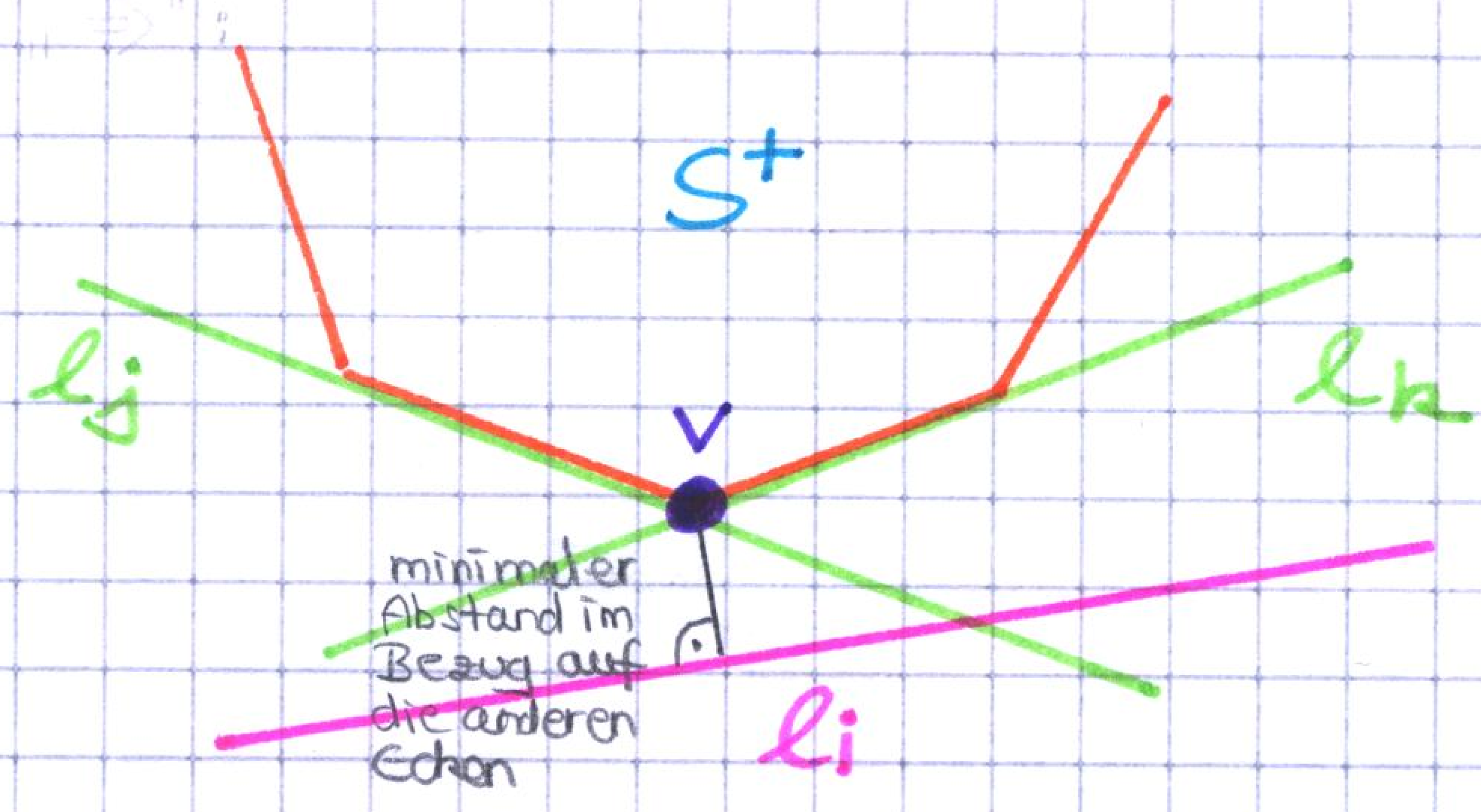
  Sei $S = x_0, x_1, \ldots, x_t$ Stack vorher

  $S' = x_0, x_1, \ldots, x_i, q_s$ Stack nachher $i \leq t$ dh $x_{i+1}, \ldots, x_t$ wurde gepoppt

  - (x_0, x_1, q_s) ist Right-turn $\Rightarrow i \geq 1 \Rightarrow$ Teil 1
  - $x_0, \ldots, x_i$ ist unverändert (x_{i-1}, x_i, q_s) bilden Right-turn ansonsten wäre x_i auch vom Stack geholt worden $\Rightarrow$ Teil 2
  - $x_{i+1}, \ldots, x_t$ wurden gepoppt $\Rightarrow$ sie gehören nicht zur oberen konv Hülle $\Rightarrow$ Teil 3
- Bei Termination enthält der Stack die obere konv Hülle $s = m - 1$
  - $x_0, x_1, \ldots, x_t$ ist Teilfolge von $q_m, q_1, \ldots, q_{m-1} \Rightarrow$ Teil 1
  - (*) $x_1, \ldots, x_t$ ist konv Polygon $\Rightarrow$ Teil 2
  - obere Hülle von S ist Teilfolge von: $x_1, \ldots, x_t \overset{q_m}{\Rightarrow}$ Teil 3

  $\nexists\, x_j$ das nicht zur konv Hülle gehört, sonst ↯ zu (*)

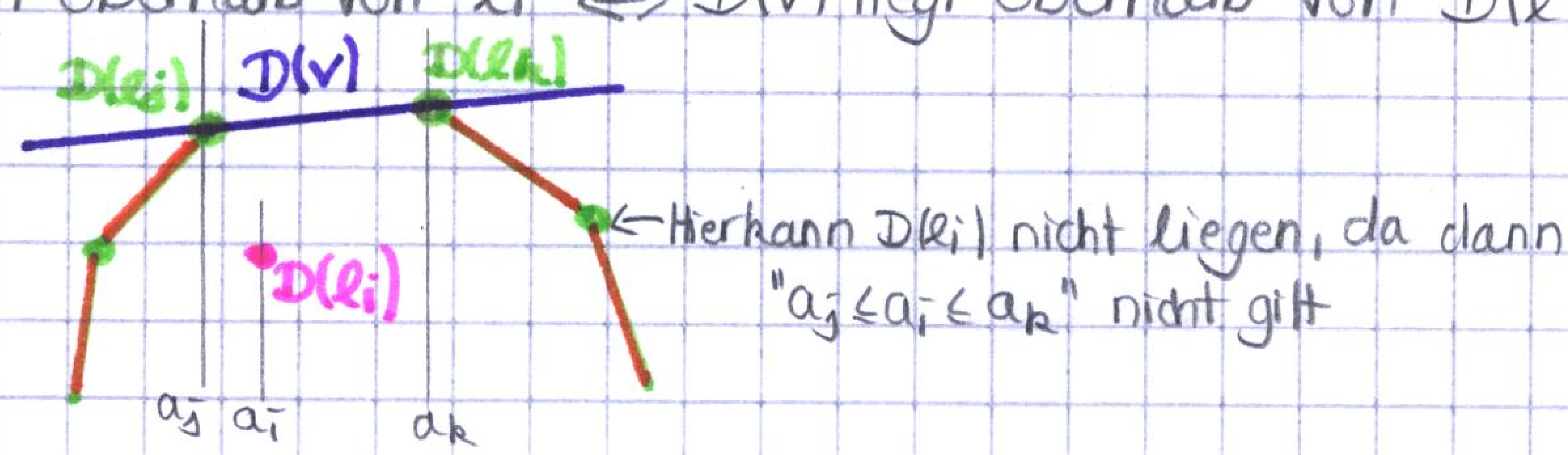
Beweis von Lemma 1:



„⇒":
- Seien $l_i = a_i x + b_i$, $l_j = a_j x + b_j$, $l_k = a_k x + b_k$
- Die Steigung von l_i liegt zw Steigungen von l_j und l_k (da sonst entweder l_i nicht redundant) oder andere Ecke als v näher zu l_i)

  dh $a_j \leq a_i \leq a_k$
- Anw. von Lemma (*):

  v liegt oberhalb von $l_i \Leftrightarrow D(v)$ liegt oberhalb von $D(l_i)$



- $\Rightarrow D(l_i)$ ist keine Ecke der oberen konv Hülle von $\{D(l_1), \ldots, D(l_m)\}$

„⇐": Äquivalenzbeweis !!

Beweis von Lemma 2:

„⇐":
- Sei $D(v)$ def. durch $D(l_j)$ und $D(l_k)$
- Anwendung von Folgerung (**): $v = l_j \cap l_k$
- Anwendung von Lemma (*):

  Alle Pkte $D(l_i)$ $(i = 1, \ldots, m)$ liegen unter oder auf $D(v)$

  $\Leftrightarrow$ Alle Geraden l_i $(i = 1, \ldots, m)$ liegen unter oder auf Pkt v.) braucht man nicht
- Anwendung von Lemma 1:

  $D(l_j)$ und $D(l_k)$ sind Ecken der oberen konv Hülle

  $\Leftrightarrow l_j$ und l_k sind nicht redundant
- $\Rightarrow v$ ist Ecke von S^+, da $v = l_j \cap l_k$

„⇒": Äquivalenzbeweis