Fachbereich IV - Abteilung Informatik
Algorithmen und Datenstrukturen
Universität Trier

Prof. S. Näher Tel.: 0651 201-3275

1. Übung zur Vorlesung:

Algorithmische Geometrie

Wintersemester 2008/09 27. Oktober 2008

Aufgabe 1.1:

Sei S eine Menge von n Punkten in der Ebene. Ein Punkt $q \in S$ heißt extrem, wenn eine Gerade g durch q existiert, so dass alle Punkte $p \in S$ auf der gleichen Seite von g liegen.

- Zeigen Sie, dass die Ecken der konvexen Hülle $CH(S)$ genau die extremen Punkte aus S sind.
- Folgern Sie, dass der minimale bzw. maximale Punkt in der lexikographischen Ordnung der x- und y-Koordinaten jeweils eine Ecke von $CH(S)$ ist.

Aufgabe 1.2:

Sei $p_1, \ldots, p_n$ ein Folge von n Punkten in der Ebene mit $\sum_{i=1}^{n} p_i = (0,0)$ (Summe der kartesischen Koordinaten ist 0) aufsteigend sortiert gemäß der lexikographischen Ordnung ihrer Polarkoordinaten (d.h. falls p_i die Polarkoordinaten (α_i, d_i) hat, dann gilt $p_i \leq p_{i+1}$, wenn $\alpha_i \leq \alpha_{i+1}$ oder $\alpha_i = \alpha_{i+1}$ und $d_i \leq d_{i+1}$).

- Entwicklen Sie einen Algorithmus zur Berechnung der konvexen Hülle der Punkte und analysieren Sie seine Laufzeit.
- Was tun Sie, wenn $\sum_{i=1}^{n} p_i \neq 0$?

(Literatur: R. Graham, Information Processing Letters, 1972, Vol. 1, Seite 132-133)

Aufgabe 1.3:

Verwende das *orientation*-Prädikat, um zu testen, ob ein Punkt im Innern eines konvexen Polygons liegt. Wenn man diesen Test für viele Punkte immer mit demselben Polygon macht, kann man das ausnutzen, um einen einzelnen Test zu beschleunigen?

Aufgabe 1.4:

Verwende das *orientation*-Prädikat, um zu testen, ob sich zwei gegebene Strecken (a, b) und (c, d) schneiden. Entwickle eine Funktion, die im positiven Fall den Schnittpunkt ausgibt.