

1. Übung zur Vorlesung:

Algorithmische Geometrie

Wintersemester 2010/11

5. November 2010

---

**Aufgabe 1.1:**

Sei  $S$  eine Menge von  $n$  Punkten in der Ebene. Ein Punkt  $q \in S$  heißt extrem, wenn eine Gerade  $g$  durch  $q$  existiert, so dass alle Punkte  $p \in S$  auf der gleichen Seite von  $g$  liegen.

- Zeigen Sie, dass die Ecken der konvexen Hülle  $CH(S)$  genau die extremen Punkte aus  $S$  sind.
- Folgern Sie, dass der minimale bzw. maximale Punkt in der lexikographischen Ordnung der  $x$ - und  $y$ -Koordinaten jeweils eine Ecke von  $CH(S)$  ist.

**Aufgabe 1.2:**

Sei  $p_1, \dots, p_n$  eine Folge von  $n$  Punkten in der Ebene mit  $\sum_{i=1}^n p_i = (0, 0)$  (Summe der kartesischen Koordinaten ist 0) aufsteigend sortiert gemäß der lexikographischen Ordnung ihrer Polarkoordinaten (d. h. falls  $p_i$  die Polarkoordinaten  $(\alpha_i, d_i)$  hat, dann gilt  $p_i \leq p_{i+1}$ , wenn  $\alpha_i \leq \alpha_{i+1}$  oder  $\alpha_i = \alpha_{i+1}$  und  $d_i \leq d_{i+1}$ ).

- Entwickeln Sie einen Algorithmus zur Berechnung der konvexen Hülle der Punkte und analysieren Sie seine Laufzeit.
- Was tun Sie, wenn  $\sum_{i=1}^n p_i \neq 0$ ?

(Literatur: R. Graham, Information Processing Letters, 1972, Vol. 1, Seite 132-133)

**Aufgabe 1.3:**

Verwende das *orientation*-Prädikat, um zu testen, ob ein Punkt im Innern eines konvexen Polygons liegt. Wenn man diesen Test für viele Punkte immer mit demselben Polygon macht, kann man das ausnutzen, um einen einzelnen Test zu beschleunigen?

**Aufgabe 1.4:**

Verwende das *orientation*-Prädikat, um zu testen, ob sich zwei gegebene Strecken  $(a, b)$  und  $(c, d)$  schneiden. Entwickle eine Funktion, die im positiven Fall den Schnittpunkt ausgibt.