

7. Übung zur Vorlesung:

Algorithmische Geometrie

Wintersemester 2010/11

17. Dezember 2010

---

**Aufgabe 7.1:**

Erweitern Sie den in der Vorlesung vorgestellten Planesweep-Algorithmus zur Berechnung des Voronoi-Diagrammes einer Punktmenge so, dass auch die Voronoi-Kanten ausgegeben werden.

**Aufgabe 7.2:**

Arbeiten Sie die Details der Implementierung aus. Welche geometrischen Primitive werden benötigt und wie können sie realisiert werden?

**Aufgabe 7.3:**

Das *farthest neighbor Voronoi Diagramm* von punktförmigen Orten  $v_1, \dots, v_n \in R^2$  ist die planare Einbettung eines Graphen  $G$  in die Ebene, der die Eigenschaft besitzt, dass jede Region  $R$  einem Ort  $v_R$  zugeordnet ist. Dabei gilt, dass für jeden Punkt  $x \in R$   $v_R$  der am weitesten entfernte Ort in  $\{v_1, \dots, v_n\}$  ist. (Punkte auf den Kanten von  $G$  haben mehrere gleich weit entfernte weiteste Orte).

Zeige:

- a) Wenn  $R \neq R'$  ist, dann ist  $v_R \neq v_{R'}$ .
- b) Alle Regionen sind unbeschränkt.
- c)  $G$  ist ein azyklischer Graph, also ein Baum.
- d) Alle Kanten von  $G$  sind Stücke von Mittelsenkrechten zweier Punkte  $v_i$  und  $v_j$ .
- e)  $G$  hat höchstens  $n - 2$  Knoten.

**Aufgabe 7.4:**

Zeigen Sie, dass man den kleinsten einschließenden Kreis von  $n$  Punkten in der Ebene in Zeit  $O(n)$  berechnen kann, wenn man das farthest neighbor Voronoi Diagramm der Punkte kennt.