

4. Übung:

Algorithmen und Komplexität

Wintersemester 2008

18. November 2008

Abgabe bis Montag, 1. Dezember 2008, vor der Übung

Aufgabe 4.1: (6 Punkte)

Entwickeln Sie einen Algorithmus, der die kürzesten Pfade von einem Knoten s aus zu allen anderen Knoten des Graphen, berechnet, wobei die Länge eines Pfades p die Zahl der Kanten von p ist. Die Eingabe besteht also aus einem gerichteten Graphen $G(V, E)$ und einem Knoten $s \in V$. Die Ausgabe ist eine Funktion (oder Feld) $dist$ mit $dist(v) =$ Länge des kürzesten Pfades von s nach v für alle $v \in V$.

Aufgabe 4.2: (6 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph und s und t zwei Knoten. Entwickeln Sie einen Algorithmus der eine maximale Zahl von knotendisjunkten Pfaden von s nach t findet.

Aufgabe 4.3: (8 Punkte)

Eine Knotenüberdeckung (*vertex cover*) eines ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge C der Knoten, so daß für alle Kanten $(v, w) \in E$ gilt: $v \in C$ oder $w \in C$.

- a) Wie könnte man ein maximales Matching verwenden, um eine kleine Knotenüberdeckung zu erhalten? (2 Punkte)
- b) Sei α die Kardinalität eines maximalen Matchings und β die Kardinalität einer *minimalen* Knotenüberdeckung Zeige, dass $\alpha \leq \beta$. (2 Punkte)
- c) Zeige, dass für bipartiten Graphen $\alpha = \beta$ gilt. (4 Punkte)