

3. Übung zur Vorlesung:

Algorithmen und Komplexität

Wintersemester 2009/10

18. November 2009

---

**Aufgabe 3.1:**

Entwickeln Sie einen Algorithmus, der die kürzesten Pfade von einem Knoten  $s$  aus zu allen anderen Knoten des Graphen, berechnet, wobei die Länge eines Pfades  $p$  die Zahl der Kanten von  $p$  ist. Die Eingabe besteht also aus einem gerichteten Graphen  $G(V, E)$  und einem Knoten  $s \in V$ . Die Ausgabe ist eine Funktion (oder Feld)  $dist$  mit  $dist(v) =$  Länge des kürzesten Pfades von  $s$  nach  $v$  für alle  $v \in V$ .

**Aufgabe 3.2:**

Sei  $G = (V, E)$  ein gerichteter Graph und  $s$  und  $t$  zwei Knoten. Entwickeln Sie einen Algorithmus, der eine maximale Zahl von knotendisjunkten Pfaden von  $s$  nach  $t$  findet.

**Aufgabe 3.3:**

Eine Knotenüberdeckung (*vertex cover*) eines ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$  ist eine Teilmenge  $C$  der Knoten, so dass für alle Kanten  $(v, w) \in E$  gilt:  $v \in C$  oder  $w \in C$ .

- a) Wie könnte man ein maximales Matching verwenden, um eine kleine Knotenüberdeckung zu erhalten ?
- b) Sei  $\alpha$  die Kardinalität eines maximalen Matchings und  $\beta$  die Kardinalität einer *minimalen* Knotenüberdeckung. Zeige, dass  $\alpha \leq \beta$ .
- c) Zeige, dass für bipartiten Graphen  $\alpha = \beta$  gilt.