

2. Übung:

## Algorithmen und Komplexität

Wintersemester 2011

01. November 2011

---

Abgabe bis Montag, 07. November 2011 10:00 Uhr

### Aufgabe 2.1:

(10 Punkte)

Zeigen Sie, dass für den in der Vorlesung behandelten Algorithmus zur Berechnung der starken Zusammenhangskomponenten stets folgende Invarianten erfüllt sind:

- Es existiert keine Kante  $(v, E) \in E$  mit  $v$  in abgeschlossener SZK und  $w$  in nicht-abgeschlossener SZK.
- Alle nicht-abgeschlossenen SZK liegen auf einem Pfad, genauer: alle Wurzeln von nicht abgeschlossenen SZK liegen auf einem Baumpfad.
- Die Knoten jeder nicht-abgeschlossenen SZK bilden ein Intervall der Folge *unfertig*.

### Aufgabe 2.2:

(10 Punkte)

Sei  $G = (V, E)$  ein gerichteter Graph, betrachten Sie folgenden Algorithmus.

- Berechne eine completion-Nummerierung (*compnum*) von  $G$  mit DFS.
- Drehe alle Kanten in  $G$  um
- Markiere alle Knoten als nicht besucht.
- Durchlaufe die Knoten in absteigender *compnum*-Reihenfolge und rufe für jeden noch nicht besuchten Knoten  $v$  die rekursive Funktion ( $dfs(v)$ ) auf.

Zeigen Sie, dass jeder Aufruf von *dfs* in Zeile 3 des Algorithmus genau eine starke Zusammenhangskomponente von  $G$  durchläuft.