

# Kapitel aus Algorithmen und Datenstrukturen

Wintersemester 2013/14

## Übung 8

### Aufgabe 1:

In der Vorlesung wurde ein planarer Graph betrachtet, für den alle planaren Zeichnungen dieselben Flächen enthielten (wenn man Flächen durch ihre Ecken- bzw. Kantensfolgen definiert). Überlegen Sie sich Beispiele von planaren Graphen, für die das nicht gilt, d.h. die planare Zeichnungen mit unterschiedlichen Ecken- bzw. Kantensfolgen der betreffenden Flächen besitzen.

### Aufgabe 2:

Sei  $G$  ein ungerichteter Graph.  $G$  heißt *3-fach zusammenhängend*, wenn  $G$  2-fach zusammenhängend ist und  $G \setminus \{v, w\}$  für beliebige Knoten  $v$  und  $w$  zusammenhängend ist. Zeigen Sie, dass jeder 3-fach zusammenhängende Graph  $G$  eine Kante  $e$  enthält, so dass der Graph  $G|e$ , der aus  $G$  durch *Kontraktion* von  $e$  entsteht, ebenfalls 3-fach zusammenhängend ist. *Hinweis:* Durch Kontraktion einer Kante  $(v, w)$  werden ihre Endknoten  $v$  und  $w$  zu einem neuen Knoten verschmolzen, der dann zu allen Knoten benachbart ist, die vorher zu  $v$  oder  $w$  benachbart waren.

### Aufgabe 3:

Eine sogenannte *Unterteilung* eines Graphen  $G$  erhält man durch die Ersetzung von beliebig vielen Kanten durch Pfade der Länge  $\geq 1$  oder (als alternative Sichtweise) durch Platzieren von beliebig vielen Knoten vom Grad 2 auf schon existierende Kanten.

Sei nun  $G$  ein Graph und  $e$  eine beliebige Kante von  $G$ . Zeigen Sie folgende Behauptung: Falls  $G|e$  (siehe Aufgabe 2) eine Unterteilung des  $K_5$  oder  $K_{3,3}$  als Teilgraph enthält, dann enthält auch  $G$  eine solche Unterteilung.