

Kapitel aus Algorithmen und Datenstrukturen

Wintersemester 2013/14

Übung 3

Aufgabe 1:

Beim *Union-Split-Find Problem* auf einem Anfangsintervall $[1..n]$ wird außer den Operationen SPLIT und FIND (siehe letztes Übungsblatt) auch die Operation UNION unterstützt, die zwei benachbart Intervalle wieder zu einem vereinigt.

- Entwickeln Sie eine Datenstruktur zur Lösung dieses Problems.
- Überlegen Sie sich, wie man eine Warteschlange mit Prioritäten aus $1, \dots, n$ mit Hilfe des Union-Split-Find Problems implementieren kann.

Aufgabe 2:

Sei T ein binärer Suchbaum in den die Schlüssel $\{1, 2, \dots, n\}$ in zufälliger Reihenfolge eingefügt wurden und sei P_k der Suchpfad, der von $Lookup(k)$ durchlaufen wird. Die Knoten von P_k kann man in folgende beiden Mengen einteilen (siehe Vorlesung).

$$P'_k = \{ v \in P_k \mid key(v) < k \}$$

$$P''_k = \{ v \in P_k \mid key(v) > k \}$$

Zeigen Sie:

- Ein Knoten v ist genau dann in P'_k , wenn er zum Zeitpunkt seiner Einfügung in den Baum unter allen Knoten mit kleinerem Schlüssel als x_k den größten Schlüssel besitzt.
- Ein Knoten w ist genau dann in P''_k , wenn er zum Zeitpunkt seiner Einfügung in den Baum unter allen Knoten mit größerem Schlüssel als x_k den kleinsten Schlüssel besitzt.

Aufgabe 3:

Sei $H_k = \sum_{i=1}^k \frac{1}{i}$ die k -te harmonische Zahl. Zeigen Sie

- $H_k \leq 1 + \ln k$
- $\sum_{i=0}^{k-1} H_i = k(H_k - 1)$