

7. Übung zur Vorlesung:

Netzwerkalgorithmen

Sommersemester 2012

22. Juni 2012

Aufgabe 7.1:

Zeigen Sie, dass ein maximaler Fluss in einem zusammenhängenden Graphen mit m Kanten stets durch eine Folge von höchstens m erhöhenden Pfaden erreicht werden kann. *Hinweis:* Bestimmen Sie die Pfade, *nachdem* sie einen maximalen Fluss berechnet haben.

Aufgabe 7.2:

Sei G ein ungerichteter Graph mit n Knoten und m Kanten. Der *Kantenzusammenhang* von G ist die kleinste Zahl k von Kanten, die man entfernen muss, um G in zwei oder mehr Zusammenhangskomponenten zu zerlegen. Zeigen Sie, wie man k durch Lösen von n Maximum-Flow-Problemen auf Netzwerken mit jeweils $O(n)$ Knoten und $O(m)$ Kanten berechnen kann.

Aufgabe 7.3:

Ein Netzwerkflussproblem mit unteren und oberen Kapazitätsschranken ist gegeben durch einen Graphen $G = (V, E)$, eine Quelle s , eine Senke t , und zwei Kapazitätsfunktionen $low : E \rightarrow \mathbb{R}$ und $high : E \rightarrow \mathbb{R}$. Ein (s, t) -Fluss f ist *legal*, falls er die Massenerhaltungsbedingung und die Kapazitätsbedingungen $low(e) \leq f(e) \leq high(e)$ für alle $e \in E$ erfüllt.

- a) Zeigen Sie, wie der Test, ob ein legaler Fluss existiert, auf ein normales Flussproblem (ohne untere Kapazitätsschranken) zurückgeführt werden kann.
- b) Entwickeln Sie einen Algorithmus zur Berechnung eines maximalen (s, t) -Flusses in einem Netzwerk mit unteren und oberen Schranken.