

9. Übung zur Vorlesung:

Netzwerkalgorithmen

Sommersemester 2012

6. Juli 2012

**Aufgabe 9.1:**

Sei  $x$  ein feasible Flow eines Minimum-Cost-Flow-Problems und  $\pi$  ein Knotenpotential, so dass für alle Kanten  $(i, j) \in E$  (nicht  $G(x)$  !) gilt:

1. falls  $c_{ij}^\pi > 0$ , dann gilt  $x_{ij} = 0$
2. falls  $0 < x_{ij} < u_{ij}$ , dann gilt  $c_{ij}^\pi = 0$
3. falls  $c_{ij}^\pi < 0$ , dann gilt  $x_{ij} = u_{ij}$

Beweisen Sie, dass  $x$  optimal ist. *Hinweis:* Zeigen Sie, dass  $(x, \pi)$  in diesem Fall auch die *Reduced-Cost-Optimalitätsbedingung* erfüllt.

**Aufgabe 9.2:**

Sei  $x$  ein Minimum-Cost-Flow und  $\pi$  ein dazugehöriges Knotenpotential, so dass  $(x, \pi)$  die *Reduced-Cost-Optimalitätsbedingung* erfüllt. Zeigen Sie: Falls  $\pi(v) = 0$  für einen Knoten  $v$ , dann ist  $nC$  eine obere und  $-nC$  eine untere Schranke für alle Werte von  $\pi$ , wobei  $C = \max\{ |c_{ij}| \mid (i, j) \in E \}$ .

**Aufgabe 9.3:**

Zeigen Sie, dass der *Cycle-Canceling-Algorithmus* an folgendem Beispiel im schlechtesten Fall  $2 \times 10^6$  Iterationen ausführt.

