

3. Übung zur Vorlesung:

Ausgewählte Kapitel aus "Algorithmen und Datenstrukturen"

Wintersemester 2007/08

14. November 2007

Aufgabe 3.1:

Gegeben sei ein ungerichteter Graph G und eine Folge von Operationen op_1, \dots, op_ℓ mit $op_i \in \{\text{DEL_EDGE}(e), \text{SAME_COMPONENT}(v, w)\}$. Beim *Offline-Edge-Deletion* Problem ist die komplette Folge der Operationen bekannt, und es soll das Ergebnis aller **SAME.COMPONENT**-Operationen berechnet werden. Überlegen Sie sich, wie dieses Problem auf **UNION-FIND** zurückgeführt werden kann.

Aufgabe 3.2:

In der *Online*-Variante des obigen Problems ist die Folge der Operationen am Anfang nicht bekannt. Stattdessen werden die Operationen nacheinander abgearbeitet und der Algorithmus muss sofort (online) das Ergebnis jeder **SAME.COMPONENT**-Operation berechnen. Entwickeln Sie eine Lösung für dieses Problem.

Aufgabe 3.3:

(randomisierte Suchbäume)

Zeigen Sie folgende Eigenschaften der Knoten in P_k

- Ein Knoten v ist genau dann in P'_k , wenn er zum Zeitpunkt seiner Einfügung in den Baum unter allen Knoten mit kleinerem Schlüssel als x_k den größten Schlüssel besitzt.
- Ein Knoten w ist genau dann in P''_k , wenn er zum Zeitpunkt seiner Einfügung in den Baum unter allen Knoten mit größerem Schlüssel als x_k den kleinsten Schlüssel besitzt.

Aufgabe 3.4:

(randomisierte Suchbäume)

Vervollständigen Sie den Beweis von Teil b) des Lemmas aus der Vorlesung, indem sie zeigen, dass

$$E(|P''_k|) = H_{n-k+1}$$