# Grundlagen der Telekommunikation

#### Stochastische Modellierung I

— Anwendungsteil —

Nachrichten- und Signalübertragung Fehlerbehandlung Vermittlungstechniken

Netztypen und Übertragungsmedien: Ethernet

Hochleistungsnetze Mobilfunksysteme

WS 2000 / 2001

#### Kurzbeschreibung des Ethernet

Busnetz über Koaxialkabel, maximale Buslänge 2,5 km. Der Bus besteht aus Segmenten von ca. 500 m Länge, die über sog. "Repeater" zusammengesetzt sind. Mindestabstand zwischen zwei Stationen: 3m.

Signalübertragung in Manchester-Codierung, maximale Datenrate 10 Mbps, in der sog. "Fast-Ethernet" - Variante 100 Mbps. Getaktete Übertragung.

Entwickelt Anfang der siebziger Jahre im Palo-Alto-Forschungszentrum der Xerox-Corporation. Erste Standardisierung durch das Firmenkonsortium Digital Equipment, Intel und Xerox (DIX), später internationale Standardisierung durch IEEE (IEEE 802.3 - Standard für die physikalische Ebene und die Datensicherungsebene; auch als ISO Standard 8802.3 veröffentlicht).

Die hier verwendete CSMA-Protokollvariante schreibt das Abhören des Busses bei eigener Übertragung vor, um eine auftretende Kollision sofort selbst erkennen zu können. Bei erkannter Kollision wird die laufende Sendung sofort abgebrochen und ein sog. "jamming-Signal" ausgestrahlt, das auch alle anderen Stationen über das Auftreten einer Störung informiert. Dies betrifft insbesondere weitere, an der Kollision beteiligte Stationen, die selbst noch keine Kenntnis der Störung erhielten. Bezeichnung: "Collision Detection" (CD), daher CSMA/CD.

#### **Ethernet-Komponenten**:

#### 1. Controller

HW-, SW- und Microcode-Realisierung folgender Funktionen:

- Codierung und Decodierung von Signalen
- Adresseninterpretation
- Paketierung und De-Paketierung
- Pufferung von Nachrichten
- Fehlerbehandlung (CRC-Erstellung und Prüfung)
- CSMA/CD Management aufgrund eintreffender "sensing"-Informationen
- Handshake-Signalisierung zumTransceiver (s.u.).

Der Controller ist i.a. auf einem einzelnen Chip in VLSI-Technik realisiert, der sog. "Ethernet-Karte".

#### 2. Transceiver (von "**Trans**mitter" und "Receiver")

HW-Realisierung folgender Funktionen:

- Carrier sensing (CS) und Collision Detection (CD)
- Übertragung und Empfang von Datensignalen

#### 3. Repeater

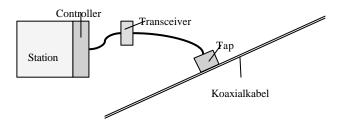
Zum Vertärken von Signalen zwischen Segmenten, i.a. bestehend aus zwei Transceivern ohne Wahrnehmung der CS- und CD-Funktionen. Alle Signale, auch überlagerte bei Kollisionen, werden gleichbehandelt.

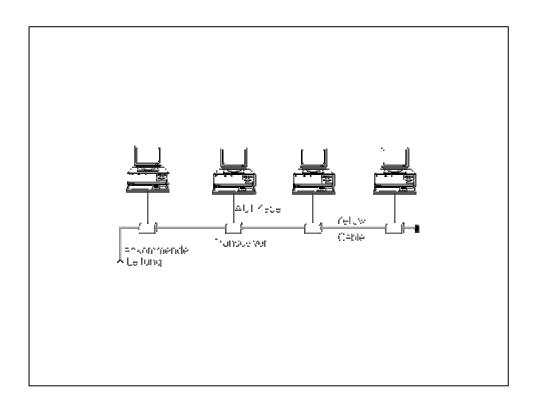
#### 4. Medium

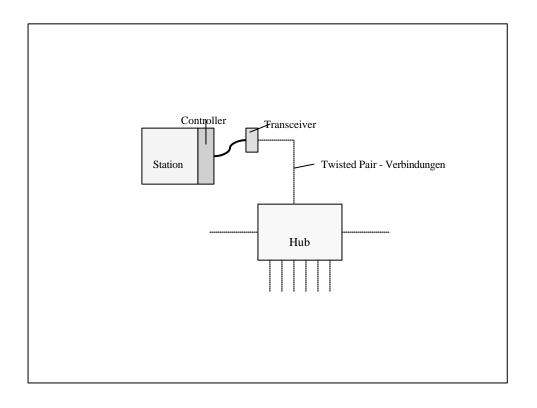
Koaxialkabel mit Verbindungsstücken ("Connectors"), Abschlußwiderständen ("Terminators") und Anschlußstücken ("Taps").

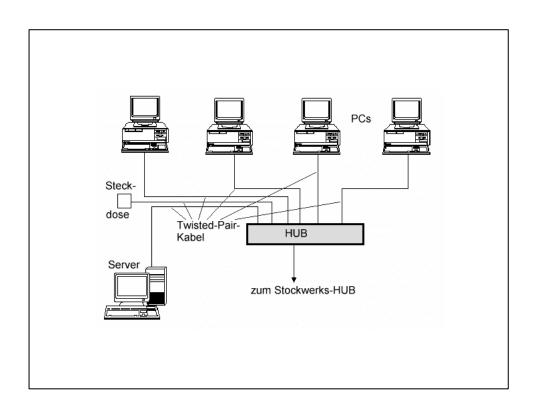
Das "Interface" zwischen dem Controller und dem Übertragungssystem wird durch ein kurzes Kabel mit normierten Steckern realisiert.

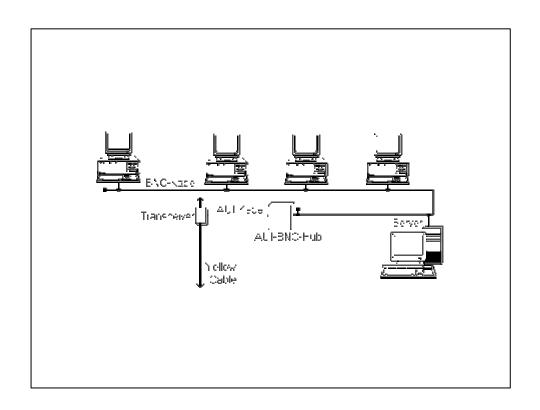
Ältere Form der Ethernet-Realisierung:

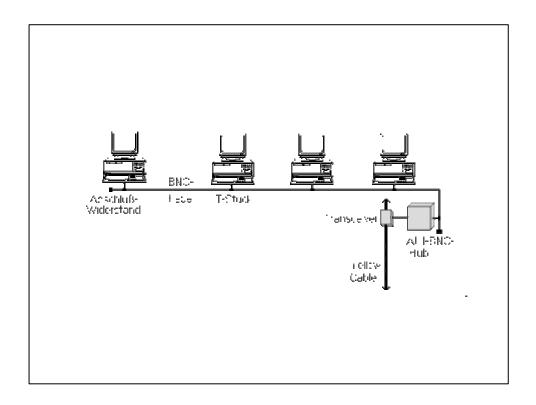












#### Der "Truncated Binary Exponential Back-off" - Algorithmus

Falls eine Übertragung zu einer Kollision führt, so erfolgt kein sofortiger Neuversuch, vielmehr wird ein solcher erst nach einer zufällig gewählten Anzahl R von Slots gestartet, wobei R=r ist und  $1=r=2^{\rm n}$  gilt, mit n= Nummer der Ü-Versuches. Dieses Verfahren wird bis zum 10. Versuch (n = 10) beachtet, danach bleibt die Schranke  $r=2^{10}=1024$  konstant bis zum 15. Versuch. Ist auch dieser vergeblich, so erfolgt eine Fehlermeldung vom Controller an die Station. Das weitere Vorgehen ist dann einem höheren Protokoll überlassen.

Beispiel: Beim ersten Übertragungsversuch erfolgt bei als leer erkanntem Kanal der Übertragungsstart im nächsten Takt (Slot):  $r=1=2^{0}$ . Beim zweiten Versuch erfolgt der Re-Übertragungsversuch im ersten oder zweiten Slot nach zufälliger Auswahl ( $r=2^{1}=2$ ), beim dritten Versuch entsprechend in einem zufällig gewählten Slot im Bereich der ersten 4 Slots, usw.

$$r = r(n) = 2^n$$
 für  $0 ? n ? 10$ ,  
 $r = r(n) = 2^{10} = 1024$  für  $11 ? n ? 15$ .

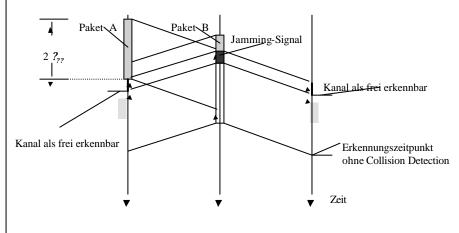
**Bemerkung:** Eine Slot-Zeit wird beim 10 Mbps - Ethernet und beim 10 Mbps - Ethernet gleicherweise zu 512 Bit-Übertragungszeiten gewählt. Dies entspricht (bei entsprechender maximal möglicher Kabellänge) der zweifachen maximalen Signallaufzeit (im 10 Mbps - Ethernet etwa 53,2 ?sec, in neueren Realisierungen wird der Wert 57,66 ?sec angesetzt). Bei Gigabit-Ethernets ist die Slot-Zeit erweitert.

Hat eine Station den Kanalzugriff erfolgreich durchgeführt (ggf. nach mehreren Kollisionen), so wird der Kollisionszähler auf Null zurückgesetzt. Er wird erst wieder erhöht, wenn für ein nächstes Paket ein erster Übertragungsversuch fehlschlägt.

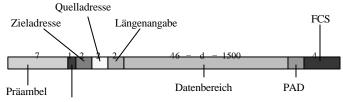
Falls die Rücksetzung des Kollisionszählers auch dann erfolgt, wenn eine andere unter den konkurrierenden Stationen den Kanal erfolgreich okkupiert, so würde diese Form des Algorithmus'den sog. "Capture"-Effekt verhindern, der tatsächlich auftritt.

#### Collision Detection (CD) - Methode

Meldet der Transceiver aufgrund des Abhörens der eigenen Übertragung an den Controller eine Kollision, so veranlaßt dieser das Aussenden eines 4 Bytes langen "jamming" - Signals (nach IEEE 802.3 - Standard aus beliebigen Daten bestehend). Damit kann eine frühzeitige Erkennung von Signalüberlagerungen erreicht werden.



#### Das Ethernet - Rahmenformat



Rahmenanfangskennzeichnung

- **Präambel**: Dient der Empfänger-Einsynchronisierung und besteht aus Alternierenden Bitwerten 1 und 0: 101010 ......01010 (7 Bytes)
- Rahmenanfangskennzeichnung ("delimiter"): 10101011 (1 Byte)
- Ziel- und Quelladresse können im Netz zu 2 oder 6 Bytes Länge vereinbart werden (wichtig für Internet -Adressierung)
- Längenfeld: Kennzeichnet die Anzahl der Daten-Oktets zwischen 1 und 1500. Falls diese Zahl kleiner als 46 ist, so Auffüllung mit PAD-Zeichen.

Das Auffüllen mit "padding" - Bytes garantiert eine Mindest-Paketlänge von 46 Bytes. Dies ist für das Verhältnis von  $\ref{eq:model}_2$  / m=a wichtig, das für die Wirksamkeit des CSMA-Protokolls eine Rolle spielt.

Die "Frame Checking Sequence" (FCS) wird mit Hilfe des folgenden Generator-Polynoms gebildet:

 $G \triangleq 1\ 00000100\ 11000001\ 00011101\ 10110111$ . d.h.

$$G(x) = x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$$

(FCS - 32). Die FCS ist als Rest bei Division durch G(x) höchstens vom Grade 31, d.h. 4 Bytes lang.

Hintereinanderliegende Kollisionsintervalle bilden die sog. "Contention-Period". Ihr stehen die Leerperiode ("Idle-Period") und Paketübertragungsperiode m gegenüber.

#### Approximative Analyse der Ethernet-Performance

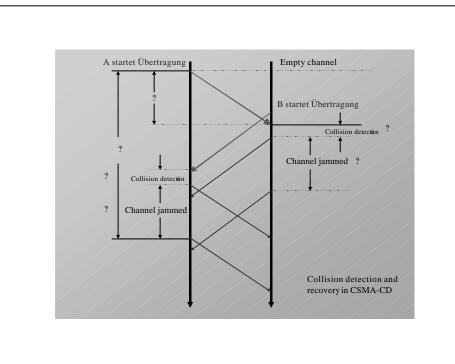
Wird von einer Station A ein Paket z. Zt. 0 ausgesandt, von einer Station B (in Signallaufzeitentfernung  $?_2$ ) ein Paket z. Zt.  $2_{227}$ ?, so wird zwar eine Kollision von B nahezu unmittelbar erkannt und mit Aussenden des "jamming"-Signals beendet, doch erfährt hiervon die Station A wiederum erst nach einer Signallaufzeit  $?_2$ . Für kleines ? ist daher die Erkennungs-Spanne für eine Kollision  $2?_2$  + Dauer der "jamming"-Signal-Übertragung. Letztere ist beim Standard-Ethernet mit C=10 Mpbs etwa  $j=32\cdot 10^{-6}$  sec, beim 100 Mbps - Fast Ethernet etwa  $j=3,2\cdot 10^{-6}$  sec. Für ein etwa 2500 m langes Ethernet setzt man für  $?_2$  etwa 12,83 ?sec an, so daß  $2?_2+j$  zwischen  $28,86\cdot 10^{-6}$  und  $57,66\cdot 10^{-6}$  sec liegt. Diese Zeitspanne sei als "Collision-Slot" cs bezeichnet. Der Wert 12,83 ?sec für  $?_{22}$ ergibt sich daraus , daß auf dem Koaxialkabel etwa 65% der Lichtgeschwindigkeit, also etwa  $1,9486545\cdot 10^{-6}$  km/sec erreicht werden; das entspricht etwa 12,829 ?sec für 2500m, und 25,66 ?sec für  $2?_2$ .

Es sei als typische Paketlänge der Wert 46+18=64 Bytes angenommen; dann ist die Paket-übertragungszeit  $m_{10}$  bzw.  $m_{100}$  beim Standard-Ethernet bzw. Fast-Ethernet  $m_{10}=64\cdot8\cdot10^{-6}$  sec bzw.  $m_{100}=64\cdot8\cdot10^{-7}$  sec, d.h.

$$m_{10}^{9} = 512.910^{-6} \text{ sec}, \quad cs_{10} = 57,66 \cdot 10^{-6} \text{ sec},$$
  
 $m_{100}^{9} = 51.2910^{-6} \text{ sec}, \quad cs_{100} = 28,86 \cdot 10^{-6} \text{ sec}.$ 

In beiden Versionen wird als Slotlänge des getakteten Systems der Wert ?=cs<sub>rr</sub> angesetzt:

$$?_{10}^{?}$$
? 58 ? sec,  $?_{100}$ ? 29 ? sec.



Notation

? 
$$= P \left\{ \text{ eine beliebige Station hat Zugriffserfolg in einem Slot ?} \right\}$$

$$p = P \left\{ \text{ sendebereite Station macht } \ddot{\mathbf{U}} - \text{Versuch in einem Slot ?} \right\}$$

N =Anzahl der Stationen

? 
$$(1-p)^{N-1} = N?p?(1-p)^{N-1} = N?p?(1-p)^{N-1}$$

Seien ferner

 $D_C$  = Länge der "Contention - Period",  $D_C^{(k)}$  = Länge der "Contention - Period", falls ein Übertragungserfolg nach k Fehlversuchen eintritt.

? 
$$D_{c}^{(k)} = ??(1-?)^{k-1}?cs$$
,  
?  $E[D_{c}] = ? k???(1-?)^{k-1}?cs = \frac{1}{N?p(1-p)^{N-1}}?cs$ 

Die Wahrscheinlichkeitp dafür, daß eine Station in einem Slot der Länge? auf das Medium zugreift, kann als Variable betrachtet werden. Demgemäß ergibt sich ein Optimalwert für p und die abgeleiteten Größen wie folgt:

?'
$$(p) = \frac{d?}{dp} = \frac{d}{dp} \left( N p \left( 1 - p \right)^{N-1} \right) = -p N \left( N - 1 \right) \left( 1 - p \right)^{N-2} + N \left( 1 - p \right)^{N-1}$$

$$?'(p) = 0$$
 ?  $N(1-p)^{N-1} = p N(N-1)(1-p)^{N-2}$ , ?  $p_{opt} = \frac{1}{N}$ .

Hierfür ist offenbar ?(p) < 0, d.h. ? nimmt sein Maximum an und

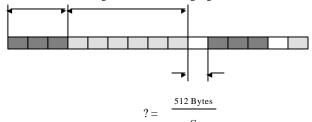
$$?_{opt} = N \frac{1}{N} \left( 1 - \frac{1}{N} \right)^{N-1} = \left( 1 - \frac{1}{N} \right)^{N-1}.$$

? 
$$\stackrel{?}{E}[D_c]_{opt} = \frac{cs}{?_{opt}} = \left(\frac{N}{N-1}\right)^{N-1}?cs$$
. Für  $N$ ? ? folgt  $E[D_c]_{opt}^? = \lim_{N??} \left(\frac{N}{N-1}\right)^{N-1}?cs$ 

$$E[D_c]_{opt}^? = e?cs$$
? 2,71828?cs.

#### Theoretisch optimales Verhalten des Ethernet





Mit  $cs = 57.66^{\circ}10^{-6}$  sec bzw  $cs = 28.86^{\circ}10^{-6}$  sec ethältman

$$E[D_{C10}]_{opt}^{?}$$
? 156,74 ?10<sup>-6</sup> sec = 156,74 ?sec ,  $E[D_{C100}]_{opt}^{?}$ ? 78,45 ?10<sup>-6</sup> sec = 78,45 ?sec .

Als Kanaleffizienz? bezeichnet man das Verhältnis von Paketübertragungsdauer m zur für eine erfolgreiche Übertragung einschließlich mittlerer Leerperiode im Durchschnitt benötigte Zeit, d.h.

$$? = \frac{m}{m + E[D_C] + E[I]}$$

 $\operatorname{Im} \operatorname{Falle}$ hoher Last kann  $E\ [I\ ]$ als vernachlässigbar klein angenommen werden, so daß

? = 
$$\frac{i}{m + E[D_c]}$$
 und damit  
?  $\frac{i}{m + E[D_c]} = \frac{512}{512 + 156,74}$  ? 0.7656, ?  $\frac{i}{100} = \frac{51,2}{51,2 + 78,45}$  ? 0.3949,

folgt, d.h. im Falle sehr vieler Stationen und bei optimalem Zugriffsverhalten liegt die Kanalausnutzung bei ?  $\frac{7}{10} = 76,56\%$  bzw. ?  $\frac{7}{100} = 39,5\%$ . Das Ergebnis des besseren Verhaltens bei langsamerer Version folgt natürlich aus dem günst igeren Verhältnis m / E [ $D_C$ ]. I.a. wird man auf dem Fast -Ethernet längere Pakete übertragen, etwa mit 1024 Bytes (?  $\frac{7}{100}$ ? 99,9%).

### Genauere Berechnung der Längenverteilung der Wettkampfperiode

Sei  $p_v$  die Wahrscheinlichkeit für den Kanalzugriff im v-ten Versuch (0 = v = 15):

$$p_0 = 1$$
,  $p_1 = \frac{1}{2}$ ,  $p_2 = \frac{1}{4}$ , ...

Die Erfolgswahrscheinlichkeit für einen v-ten Re-Übertragungsversuch sei ? bei k konkurrierenden Stationen im v-ten Re-Übertragungsversuch ist dann für

$$?_{\nu}(k) = {k \choose 1} p_{\nu} ? (1 - p_{\nu})^{k-1} = k ? p_{\nu} ? (1 - p_{\nu})^{k-1}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Dauer  $D_{\mathcal{C}}$  einer "Contention" -Periode ? Slots beträgt, kann approximativ daher wie folgt angesetzt werden:

$$q_{\gamma}(k) =: P(D_{c}(k) =?) = ? (1 -? (k))??_{\gamma}(k)$$

d.h.

$$q_{\gamma}(k) = \sum_{v=1}^{\gamma-1} \left(1 - k ? p_{v} ? (1 - p_{v})^{k-1}\right) ? k ? p_{\gamma} ? (1 - p_{\gamma})^{k-1}$$

Hieraus sind z.B. Erwartungswert und Varianz der Dauer einer "Contention"-Periode bei k Konkurrenten wie folgt zu bestimmen:

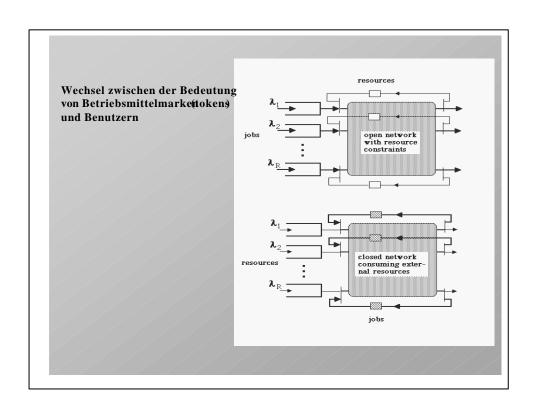
$$\vec{E}[D_{c}(k)] = ???q_{1}(k) + q_{10}(k)??? ??$$

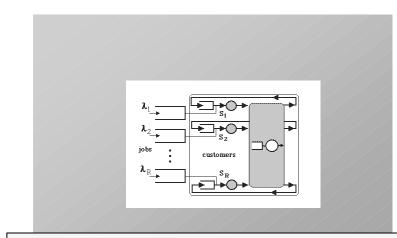
$$Var[D_{c}(k)] = E[D_{c}(k)^{2}] - E[D_{c}(k)]^{2}$$

$$Var[D_{c}(k)] = E[D_{c}(k)^{2}] - E[D_{c}(k)]^{2}$$

mit 
$$E\left[D_c(k)^2\right] = \frac{9}{2} ?^2 ? q_2(k) + q_{10}(k) ? \frac{15}{2} 10 ?^2$$

## **Multi-Queue Systems** with 1-Limited Service





Die Bedienzeitverteilung für den einen pro Klasse im Netz kreisenden Benutzer an seiner Station  $S_r$  hat bei Poisson-Ankunftsströmen der Raten  $?_r^{\cdot}$  die Form

$$?_{r}(t) = ?_{r}?u_{0}(t) + (1 - ?_{r})??_{r}?e^{-?_{r}t}$$

#### **Notation**

Es seien folgende Gleichgewichtswahrscheinlichkeiten bzw. Größen definiert:

 $\widehat{p}_r'(n_r) = n_r \text{ Benutzer in } S_r$   $\widehat{?}_r(n_r, m_r) = n_r \text{ Benutzer in } S_r \text{ und } m_r \text{ Externe in der Queue } Q_r$   $\widehat{?}_r = 1 - ?_r(1,0)$ 

= Zufallsvariable der Klasse-r-Bedienzeit in  $S_r$ =  $\frac{1}{E[x_r]}$ , die mittlere Bedienrate in  $S_r$ 

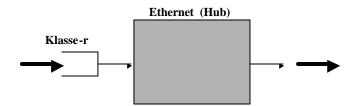
 $T_{0r}^{2}$ = Verweilzeit eines Klasse-r-Benutzers in der zentralen Station

= Anzahl der Klasse-r-Benutzer in der zentralen Station

= ein in die zentrale Station  $S_0$  eintretender Benutzer der Klasse rfindet dort k Benutzer anderer Klassen vor

?; = Poisson-Ankunftsrate der Klasse r Der Zustand  $(1,m_r)$  ist unstabil für  $m_r > 0$ , während ?(1,0) die Gleichgewichtswahrscheinlichkeit für das Ereignis "kein Klasse-r-Externer im Gesamtsystem" darstellt.

Bei Gültigkeit der Symmetrieeigenschaft  $r_k(r) = d_k(r)$  und der PASTA-Eigenschaft  $r_k(r) = p_k(r)$  wäre  $r_0(r) = ?(1,0) = d_0(r)$ . Die PASTA-Eigenschaft gilt, da Poisson-Ankunftsströme vorausgesetzt werden.



Relationen zwischen den Größen  $\hat{p}_r(n_r)$  und  $?(n_r, m_r)$ :

$$\widehat{p}_r(n_r) = \widehat{p}_r(0, m_r)$$

$$\widehat{p}_r(1) = \widehat{p}_r(1)$$

Sei  $?_r$  die Klasse-r-Durchsatzrate durch das Netz,  $T_r = x_r$  die Verweilzeit in  $S_r$ ; dann folgt

$$S_r$$
; dann folgt 
$$?_r \stackrel{!}{=} \frac{1}{\boldsymbol{E}[T_r] + \boldsymbol{E}[T_{0r}]}$$

Hierin ist  $E[T_r] = \frac{1}{?_r} ??(1,0) = \frac{1-?_r}{?_r}$ . Weiterhin hat man

$$E[n_r] = \hat{p}_r(1) = 1 - ?$$
, und  $E[n_{0r}] = \hat{p}_{0r}(1) = ?$ ,

Satz von Little  $?$ 

$$E[T_{0r}] = \frac{E[n_{0r}]}{?}$$
Dies liefert folgende Aussagen:

 $?^{\frac{\gamma}{r}}$  ist offenbar gleichzeitig die mittlere Anzahl von Benutzern in Station  $S_r$ ; daher folgt aus dem Satz von Little:

$$E[T_{0r}] = \frac{?_r}{?_r}$$

 $E[T_{0r}] =$ mittlere "Contention"-Periode + Klasse-r - Paketübertragungsdauer  $x_r$ , da die Dauer der "Contention"-Periode von der Anzahl k der Benutzer in der zentralen Station  $S_0$  abhängt, ist mit dem zugehörigen Ausdruck zu rechnen, d.h.

$$E[T_{0r}(k)] = E[D_{c}(k)] + x_{r}$$

Der vollständige Mittelwert  $E[T_{0r}]$  ist bei Kenntnis der Wahrscheinlichkeiten ?  ${}^{(p)}(k)$  zu bestimmen:

 $E[T_{0r}] = \sum_{k=0}^{R-1} ? (r)(k) ?E[T_{0r}(k)]$ 

Die Größen ?  $^{\phi}(k)$  können approximativ als Funktionen der ?  $^{\phi}$ berechnet werden; damit liefern die Gleichungen

$$E[T_{0r}] = \frac{?_r}{2}$$
 und  $E[T_{0r}] = \sum_{k=0}^{R-1} ?^{(r)}(k) ?E[T_{0r}(k)]$ 

zusammen ein nichtlineares Gleichungssystem zur Bestimmung der  $?_r$  und zur endlichen Bestimmung der Verteilung von  $T_{0r}$ :  $T_0(k)$  hat die Form  $D_c(k) + x_r$ mit der Wahrscheinlichkeit

$$?^{(i)}(k) = ?^{(i)}(k)(?_1, ..., ?_{r-1}, ?_{r+1}, ..., ?_R)$$

Es bleibt also die Aufgabe, die Größen ?  ${}^{b}(k)$  approximativ als Funktionen der  $?^{\beta}$  zu berechnen.

Hierzu führen wir die folgende Variable ein:

 $P_{i}^{(r)}(0) = \text{Gleichgew.} - \text{Wahrscheinlichkeit für das Ereignis},$ da? bei Eintritteines Klasse-r-Benutzers kein Klasse-j-Benutzer in  $S_0$  ist

Damit folgt:

$$?^{\dot{Q}}(0) = \underset{n=1}{\overset{R}{\stackrel{\sim}{\rightarrow}}} P_{n}^{Q}(0), \qquad ?^{\dot{Q}}(1) = \underset{i=1}{\overset{?}{\rightarrow}} \left(1 - P_{i}^{Q}(0)\right) ? \underset{n=1}{\overset{R}{\rightarrow}} P_{n}^{Q}(0),$$

$$?^{\dot{Q}}(2) = \underset{i,j=1 \atop i\neq j}{\overset{?}{\rightarrow}} \left(1 - P_{i}^{Q}(0)\right) ? \left(1 - P_{j}^{Q}(0)\right) ? \underset{n=1 \atop n=1 \atop n=$$

usw.

Hier spielen die sog. elementarsymmetrischen Funktionen einer Gesamtheit von mGrößen  $z_1, ..., z_m$  eine Rolle, wobei wir m=R-1 zu wählen haben und die  $z_i$  gerade die Größen  $P_{i}^{(r)}(0)$  darstellen: Es ist per definitionem

$$?_{0}(z_{1}, ..., z_{m}) = 1, \qquad ?_{1}(z_{1}, ..., z_{m}) = ?_{i=1}^{m} z_{i},$$

$$?_{0}(z_{1}, ..., z_{m}) = 1, \qquad ?_{1}(z_{1}, ..., z_{m}) = \sum_{i=1}^{m} z_{i},$$
$$?_{k}(z_{1}, ..., z_{m}) = ?_{v=k}^{m} z_{v} ??_{k-1}(z_{1}, ..., z_{v-1})$$

Ein komplexes kombinatorisches Ergebnis lautet wie folgt: Ist ?(m) die Familie aller Sub-Populationen der Kardinalität k der Menge  $\{z_1, ..., z_m\}$ , und bezeichnet  $z_i$  gerade die Subpopulation  $\{z_{i_1}, ..., z_{i_k}\}$ , so gilt

$$\frac{?}{?} \underbrace{?}_{z_{i}??.km} \left\{ \underbrace{?}_{v=1}^{k} \left( 1 - z_{i} \right) ? \underbrace{?}_{?=k+1}^{m} z_{i} \right\} = \underbrace{?}_{v=0}^{?} \left( -1 \right)^{v} \left( m - k + v \right) ??_{m-k+v} \left( z_{1}, ..., z_{m} \right)$$

Die linke Seite dieses Ausdruckes stellt nun gerade ?  $^{(i)}(k)$  dar. Somit bleibt die Frage, ob man die Größen  $P_i^{(r)}(0)$  als Funktionen der ?  $L^{(r)}(zumindest approximativ)$  darstellen kann

Es ist bei gültiger PASTA-Eigenschaft und Gelten der Symmetrieeigenschaft richtig, daß

$$z_j^{r} = P_j^{(r)}(0) = 1 - ?_j$$

ist. Mit dieser Approximation rechnen wir. Es seien

 $L_r$  = Gesamtzahl der Klasse-r-Pakete im Netz

 $L_{Qr}$  = Anzahl der Klasse-r-Pakete in der externen Queue  $Q_r$ 

 $\overline{W}_r$  = Verweilzeit eines Klasse-r-Paketes im Netz

 $W_{\it Qr}~=$  Wartezeit eines Klasse-r-Paketes in seiner externen Queue  $Q_{\rm r}$ 

?'

$$E[L_r] = \frac{?_r}{1 - ?_r}, \quad E[L_{\varrho_r}] = \frac{?_r^2}{1 - ?_r}$$

$$E[W_r] = ?_r ? E[L_r], \quad E[W_{Qr}] = ?_r ? E[L_{Qr}]$$

Die Wahrscheinlichkeiten ? (k) für das Vorfinden von k? R-1Benutzern in der zentralen Station bei Eintritt eines Klasse-r-Benutzers war wie folgt zu berechnen:

? 
$$(k) = \sum_{v=0}^{k} (-1)^{v} \binom{m-k+v}{v}$$
??  $_{m-k+v} (z_{1}, ..., z_{m})$ 

Hierin ist m = R - 1 und

$$z_1^{\frac{1}{2}} = 1 - z_1$$
 ...,  $z_{r-1} = 1 - z_{r-1}$   $z_{r+1}^{\frac{1}{2}} = 1 - z_{r+1}$  ...,  $z_{r} = 1 - z_{r}$ 

$$? \sum_{m-k+1}^{1} (z_1, ..., z_m) = ? \sum_{i=m-k+\nu}^{m} z_i ?? \sum_{m-k+\nu-1} (z_1, ..., z_{i-1})$$

$$?^{(k)}(k) = \sum_{v=0}^{k} (-1)^{v} \binom{m-k+v}{v} ? \sum_{i=m-k+v}^{m} z_{i} ? ? \sum_{m-k+v-1}^{m} (z_{1}, ..., z_{i-1})$$