



Diplomarbeit / Masterarbeit /
evtl. Forschungsprojekt

Verbesserung parameterisierter Suchbaumalgorithmen 1



Suchbaumalgorithmen für schwierige kombinatorische Probleme fußen häufig auf einfachen Charakterisierungen der betrachteten Problemeigenschaft durch *verbotene Teilstrukturen*.

Ein solches schwieriges Problem, genannt Feedback Vertex Set (MIN-FVS), besteht darin, in einem vorgelegten Graphen eine kleinstmögliche Menge von Knoten ausfindig zu machen, deren Entfernung alle (gerichteten) Kreise in dem Graphen zerstört. Als (parameterisiertes) NP-vollständiges Entscheidungsproblem bedeutet dies die Frage, ob es zu vorgelegtem Graphen und vorgegebener Zahl k ein FVS der Größe k in dem Graphen gibt. Das Problem bleibt NP-hart auf sogenannten bipartiten Turniergraphen, das sind Orientierungen vollständiger bipartiter (zweifärbbarer) Graphen, wobei man unter einer Orientierung eines ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ einen gerichteten Graphen $G' = (V, A)$ versteht, in welchem zu jeder Kante $\{u, v\} \in E$ genau eine der Kanten (u, v) bzw. (v, u) in A existieren.

Es ist bekannt, dass ein bipartiter Turniergraph genau dann kreisfrei ist, wenn er keinen Kreis der Länge vier enthält. Daraus ergibt sich sofort ein Suchbaumalgorithmus, der einen beliebigen Kreis der Länge vier heraussucht und systematisch durchprobiert, welche der vier Knoten entfernt werden sollte. Da wir nur an Lösungen der Maximalgröße k interessiert sind, hat der Suchbaum höchstens 4^k Blätter. Dieser Algorithmus lässt sich sofort verbessern, wenn man beachtet, dass man Kreise der Länge vier ohne Verzweigung optimal durch Entfernung eines beliebigen Knotens zerstören kann, solange sie keine Knoten mit anderen Kreisen der Länge vier gemein haben. Im anderen Fall verbessert sich die Abschätzung, da ja bislang gemeinsame Knoten sozusagen doppelt gezählt wurden. Eine etwas kompliziertere Kennzeichnung liefert ebenso unmittelbar einen Suchbaum mit 3^k Blättern. Die Aufgabe besteht darin, diesen Suchbaum wiederum unter Ausnutzung gemeinsamer Teile von verbotenen Teilstrukturen zu verbessern.

Literatur: P. Sasatte. Improved FPT algorithm for feedback vertex set problem in bipartite tournament. *Information Processing Letters*, 105(3):79–82, 2008.

Bei Interesse wenden Sie sich bitte an Henning Fernau.