Übungsblatt Näherungsalgorithmen WS 12/13

H. Fernau

8. Januar 2013

In der VL haben wir uns mit Approximationsschemata auf planaren Graphen beschäftigt. Wir wollen dies in der ein oder anderen Form in den nächsten Aufgaben weiterführen.

Erinnerung: Es sei $G = (V, E)$ ein Graph. $C \subseteq V$ heißt *Knotenüberdeckung*, falls für jede Kante $uv \in E$ gilt: $u \in C$ oder $v \in C$. $I \subseteq V$ heißt *unabhängig*, falls für je zwei Knoten $u, v \in I$ gilt: $uv \notin E$.

1 Aufgabe: kombinatorisches Aufwärmen

Zeigen Sie den folgenden, auf Gallai zurückgehenden einfachen Sachverhalt: Es sei $C \subseteq V$ und $I := V \setminus C$. Dann gilt: C ist Knotenüberdeckung genau dann, wenn I unabhängig ist.
Was bedeutet dieser Sachverhalt "algorithmisch"? Z.B.: Angenommen, $\mathcal{G}$ sei eine Graphklasse, für die man kleinstmögliche Knotenüberdeckungen effizient finden kann. Wie schwierig wäre es dann, größtmögliche unabhängige Mengen aufzufinden?

2 Aufgabe: Ein PTAS für das Knotenüberdeckungsproblem

In der Vorlesung hatten wir, gründend auf angenommenen "effizienten" Algorithmen für das Finden größtmöglicher unabhängiger Mengen in k-außerplanaren Graphen, ein PTAS für das Auffinden größtmöglicher unabhängiger Mengen in planaren Graphen angegeben. Entwickeln Sie entsprechend ein PTAS für das Auffinden kleinstmöglicher Knotenüberdeckungen in planaren Graphen.

3 Aufgabe: effiziente Algorithmen für spezielle Graphklassen

1. Zeigen Sie, dass man größtmögliche unabhängige Mengen in Bäumen in Polynomzeit finden kann.
2. Verallgemeinern Sie den vorigen Algorithmus auf außerplanare Graphen.
3. Wie könnte man den Ansatz weiter verallgemeinern auf k-außerplanare Graphen?