Fernau
Universität Trier

Sommersemester 2013

Übungen zur Vorlesung

Datenkompression

Aufgabenblatt 6

1. Aufgabe: *(6 Punkte)*
Auf den Folien über Vektorquantisierung ist ein Beispiel von Längen und Gewichten verschiedener Personen enthalten. Dieses Beispiel ist durch einfaches Umrechnen und Runden des entsprechenden nicht-metrischen Beispiels aus dem Buch von Sayood entstanden. Wie schon in der Vorlesung bemerkt, sind daher die Ergebnisse nicht ganz korrekt. Rechnen Sie daher bitte die angegebenen Beispiele (konsequent im metrischen System) durch.

2. Aufgabe: *(6 Punkte)*
In der Vorlesung ist die "erste Runde" eines Durchlaufs bei einem EZW-Codierungsbeispiel durchgerechnet worden. Rechnen Sie bitte die "zweite Runde" des Beispiels durch.

3. Aufgabe: *(8 Punkte)*
In der Vorlesung wurde angegeben, wie die durch die Urfunktion

$$\phi_{0,0}(x) \quad = \quad \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

mithilfe von

$$\phi_{j,k}(x) \quad = \quad \phi_{0,0}(2^j x - k)\,.$$

erzeugte Schar von Funktionen zur Approximation von Funktionen $f : [0, N] \to \mathbb{R}_+$ verwendet werden kann. Berechnen Sie konkret für $N = 2$ die Approximationen $\phi_f^0(t)$, $\phi_f^1(t)$ und $\phi_f^2(t)$ für $f(t) = (t-1)^2$ für $t \in [0, 2]$. Machen Sie sich graphisch klar, wie die Approximation funktioniert.

4. Aufgabe: *(6 Punkte)*

Zur Erinnerung: Ein *metrischer Raum* besteht aus einer nicht leeren Menge X und einer *Metrik* genannten Abbildung $\rho : X \times X \to [0, \infty)$, welche folgende Bedingungen erfüllen muß:

- $(\forall x, y \in X)(\rho(x, y) = 0 \iff x = y)$ (Definitheit),
- $(\forall x, y \in X)(\rho(x, y) = \rho(y, x))$ (Symmetrie),
- $(\forall x, y, z \in X)(\rho(x, z) \leq \rho(x, y) + \rho(y, z))$ (Dreiecksungleichung).

Wir notieren metrische Räume durch Paare der Form (X, ρ).
Beweisen Sie: Es sei (X, ρ) ein metrischer Raum. Dann gilt: Die Abbildung

$$\rho_H(A, B) := \inf\{r : A \subseteq B_r(B) \text{ und } B \subseteq B_r(A)\}$$

ist eine Metrik auf $(\mathcal{K}(X, \rho), \rho_H)$.