

Abgabe bis Freitag, 11.1.2013, 8 Uhr beim DS-Kasten im 4. OG vor Sekretariat Näher.
Die Aufgaben werden in derselben Woche in den Übungen besprochen.

Kleines Weihnachtsgeschenk:

Es gibt auf diesem Übungsblatt maximal 30 Punkte zu erzielen, es zählt aber nur als 20-Punkte-Blatt . . .

1. Aufgabe: (1+1+2 Punkte)

Wählen Sie im Folgenden geeignete endliche Mengen A, B, C .

1. Geben Sie eine Injektion $f : A \rightarrow B$ an, die keine Surjektion ist.
2. Geben Sie eine Surjektion $g : A \rightarrow C$ an, die keine Injektion ist.
3. Erklären Sie, warum in Ihren beiden obigen Beispielen (hoffentlich) $|A|$ von $|B|$ verschieden ist und auch $|A|$ von $|C|$.

2. Aufgabe: (2+2+2+2+2 Punkte)

Es sei A eine 3-elementige und B eine 4-elementige Menge.

1. Wie viele verschiedene Relationen $R \subseteq A \times B$ gibt es?
2. Wie viele verschiedene symmetrische Relationen $S \subseteq A \times A$ gibt es?
3. Wie viele verschiedene rechtseindeutige Relationen $f \subseteq B \times A$ gibt es?
4. Wie viele verschiedene totale Funktionen $g : B \rightarrow A$ gibt es?
5. Wie viele verschiedene Surjektionen $h : A \rightarrow B$ gibt es?

Begründen Sie jeweils kurz, wie Sie auf Ihr Ergebnis kommen.

3. Aufgabe: (4 Punkte)

Beschreiben Sie, an welchen Stellen genau beim "Nachweis", Studenten würden gar nie arbeiten, das Inklusions-Exklusionsprinzip verletzt wurde.

4. Aufgabe: (5+2+5 Punkte)

Es seien A und B endliche Mengen mit $k = |A|$ und $n = |B|$ vielen Elementen. Es gelte $k \leq n$.

Betrachten Sie ferner die Menge C aller Experimentergebnisse, die wie folgt beschrieben sind:

Sie haben einen Sack mit n wohlunterscheidbaren Gegenständen und eine kleine Kommode mit k Schubfächern, die mit 1 bis k durchnummeriert sind. Sie greifen k -mal in den Sack, entnehmen jedesmal genau einen Gegenstand und stecken den beim i -ten Greifen genommenen Gegenstand in das Schubfach mit der Nummer i . Das Experimentergebnis so eines Experimentes ist nun der Inhalt Ihrer Kommode (unter Berücksichtigung, welcher Gegenstand in welchem Schubfach liegt).

1. Beschreiben Sie eine Bijektion zwischen der Menge C aller Experimentergebnisse und der Menge aller Injektionen von A nach B .
2. Stellen Sie eine Formel auf für die Anzahl aller Injektionen von A nach B ?
(Und wie sieht diese aus?)
3. Beweisen Sie Ihre Formel durch vollständige Induktion.