

Abgabe bis Freitag, 11.1.2013, 8 Uhr beim DS-Kasten im 4. OG vor Sekretariat Näher.  
Die Aufgaben werden in derselben Woche in den Übungen besprochen.

Kleines Weihnachtsgeschenk:

Es gibt auf diesem Übungsblatt maximal 30 Punkte zu erzielen, es zählt aber nur als 20-Punkte-Blatt . . .

**1. Aufgabe:** (1+1+2 Punkte)

Wählen Sie im Folgenden geeignete endliche Mengen  $A, B, C$ .

1. Geben Sie eine Injektion  $f : A \rightarrow B$  an, die keine Surjektion ist.
2. Geben Sie eine Surjektion  $g : A \rightarrow C$  an, die keine Injektion ist.
3. Erklären Sie, warum in Ihren beiden obigen Beispielen (hoffentlich)  $|A|$  von  $|B|$  verschieden ist und auch  $|A|$  von  $|C|$ .

**2. Aufgabe:** (2+2+2+2+2 Punkte)

Es sei  $A$  eine 3-elementige und  $B$  eine 4-elementige Menge.

1. Wie viele verschiedene Relationen  $R \subseteq A \times B$  gibt es?
2. Wie viele verschiedene symmetrische Relationen  $S \subseteq A \times A$  gibt es?
3. Wie viele verschiedene rechtseindeutige Relationen  $f \subseteq B \times A$  gibt es?
4. Wie viele verschiedene totale Funktionen  $g : B \rightarrow A$  gibt es?
5. Wie viele verschiedene Surjektionen  $h : A \rightarrow B$  gibt es?

Begründen Sie jeweils kurz, wie Sie auf Ihr Ergebnis kommen.

**3. Aufgabe:** (4 Punkte)

Beschreiben Sie, an welchen Stellen genau beim "Nachweis", Studenten würden gar nie arbeiten, das Inklusions-Exklusionsprinzip verletzt wurde.

**4. Aufgabe:** (5+2+5 Punkte)

Es seien  $A$  und  $B$  endliche Mengen mit  $k = |A|$  und  $n = |B|$  vielen Elementen. Es gelte  $k \leq n$ .

Betrachten Sie ferner die Menge  $C$  aller Experimentergebnisse, die wie folgt beschrieben sind:

Sie haben einen Sack mit  $n$  wohlunterscheidbaren Gegenständen und eine kleine Kommode mit  $k$  Schubfächern, die mit 1 bis  $k$  durchnummeriert sind. Sie greifen  $k$ -mal in den Sack, entnehmen jedesmal genau einen Gegenstand und stecken den beim  $i$ -ten Greifen genommenen Gegenstand in das Schubfach mit der Nummer  $i$ . Das Experimentergebnis so eines Experimentes ist nun der Inhalt Ihrer Kommode (unter Berücksichtigung, welcher Gegenstand in welchem Schubfach liegt).

1. Beschreiben Sie eine Bijektion zwischen der Menge  $C$  aller Experimentergebnisse und der Menge aller Injektionen von  $A$  nach  $B$ .
2. Stellen Sie eine Formel auf für die Anzahl aller Injektionen von  $A$  nach  $B$ ?  
(Und wie sieht diese aus?)
3. Beweisen Sie Ihre Formel durch vollständige Induktion.